



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Podpora talentovaných žáků v Plzeňském kraji

Reg. č. CZ.1.07/1.2.03/02.0001

SBORNÍK FYZIKÁLNÍ KEMP 1. – 5. ZÁŘÍ 2014

Středisko služeb školám, Plzeň, Částkova 78
Podpora talentovaných žáků v Plzeňském kraji
CZ.1.07/1.2.03/02.0001

Tento projekt je v letech 2012-14 financován z rozpočtu Plzeňského kraje

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Pokusy s astronomickou zápletkou – astronomická kuchařka	3
Kam až dohlédneme ve vesmíru	5
Proč už pluto není planetou	8
Dílna: Vyroba si vlastní fotoaparát	13
Řešení úloh – práce výkon energie.....	14
Řešení úloh – skládání a rozkládání sil	15
Řešení úloh z mechaniky.....	16
Řešení úloh z termiky – tepelná výměna	17
Zajímavé úlohy z mechaniky kapalin.....	18
Zajímavé experimenty	19
Derivace a integrály ve fyzice	19
Využití matematiky ve fyzice 1	22
Využití matematiky ve fyzice 2	26
Využití matematiky ve fyzice 3	31
Využití matematiky ve fyzice 4	35
Využití matematiky ve fyzice 5, 6	40
Smartphone, fyzikální laboratoř v kapse.....	43
Stellarium	45
Některé jevy vlnové optiky	49
Řešení vybraných úloh geometrické optiky	50
Řešení zajímavých úloh z vlnové optiky.....	52
Jak počítat v astronomii? Semilogaritmický tvar čísel ve fyzice a astronomii	54
Některé aplikace a úlohy na téma Coulombův zákon	55
Newtonův zákon. Keplerovy zákony	56
Řešení obtížnějších úloh minulých kol FO a AO.....	57
Slunce a jeho význam pro život na Zemi	58
Využití grafů ve fyzice	60
Řešení úloh na téma Ohmův zákon.....	61
Vzdálenosti ve vesmíru	62
Vodíkové palivové články a jejich využití	64
Zajímavé úlohy z kinematiky	65
Současné otázky a problémy astronomie	66
Řešení obtížnějších úloh z mechaniky I.....	70
Řešení obtížnějších úloh z mechaniky II.....	73
Řešení obtížnějších úloh z mechaniky III	75

POKUSY S ASTRONOMICKOU ZÁPLETKOU – ASTRONOMICKÁ KUCHAŘKA

Marek ČESAL

1 Úvod

Astronomické pokusy slouží k jednoduché demonstraci něčeho tak nekonečného jako je vesmír. Pomocí jednoduchých a nenáročných experimentů, lze nasimulovat spoustu úkazů probíhajících ve vesmíru.

Většina pomůcek je snadno dostupná a proto nejsou pokusy ničím omezeny a většinu jich může připravit každý i v domácích podmínkách.

2 Popisy pokusů

Jednotlivé pokusy mají jasný chemikální nebo fyzikální základ, ale astronomickými je činí pak spojení se stejnými jevy ve vesmíru. Proto je základem všech těchto pokusů i astronomické porovnání se skutečností.

2.1 Simulace sopky

Nejenom na Zemi, ale i na jiných tělesech sluneční soustavy nalezneme sopečnou činnost, např. na Jupiterovo měsíci IO. Simulace lávy vytékající z jícnu se dá vytvořit pomocí malé lahvičky a modelu sopky z plastelíny (může se použít i sádra a nebo dokonce obyčejná zem). Do lahvičky se nasype jedlá soda. Pak se ve víčku od PET láhve rozmíchá ocet s červeným potravinářským barvivem a nalije se do lahvičky. Při reakci směsi s jedlou sodou se vytvoří červená pěna, která začne vytékat a připomíná tekoucí lávu z jícnu sopky.

2.2 Seeing

Seeing znamená kvalitu teleskopického obrazu hvězdy vlivem nestálosti zemské atmosféry. Laicky se tak také nazývá neklid atmosféry. Na jeho simulaci potřebujeme meotar, přes který položíme karton ve kterém bude jeden malý otvor simulující hvězdu. Ideální případ bez atmosféry je, když v cestě paprsku nic nepřekáží, tzn. obraz na stěně je klidný, nechvěje se. Na předvedení atmosféry použijeme skleničku s vodou, kterou postavíme na otvor. Obraz na zdi se nám mírně rozostří. Pokud ještě pomocí špejle vodu promícháme, dostaneme rozklepaný obraz hvězdy, který simuluje průchod obrazu přes neklidnou atmosféru. V dnešní době se již tento problém odstraňuje pomocí adaptivní optiky a nebo vyvezením dalekohledu nad atmosféru (např. HST).

2.3 Simulace granulace Slunce

Pokud pozorujeme za dobrých podmínek dalekohledem Slunce, můžeme spatřit jemnou síť tmavších a světlejších skvrnek po celém jeho povrchu – granulaci. Granulace je projevem proudění slunečního plazmatu v konvektivní vrstvě. Jasnější skvrnky představují

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

vrcholky vzestupných proudů, které do fotosféry přinášejí teplejší materiál z podpovrchových vrstev. Poté co se materiál díky intenzivnímu vyzařování ochladí, projeví se nám ve fotosféře jako tmavší skvrnka a klesá zpět pod povrch. Pozor nezaměňovat se slunečními skvrnami. Rozměry těchto útvarů jsou řádově 1000 – 2000 km. Sluneční granulaci si můžeme vyrobit pomocí jedlého oleje a stříbřenky. V kádince nebo konvici rozmícháme olej se stříbřenkou a uvedeme do varu. Na hladině pak pozorujeme vzestupné proudy, které nám simulují sluneční granulaci. Vznikající buňky se jmenují podle H. Bénarda, který je v roce 1900 poprvé pozoroval, podle něj byly později také pojmenovány Bénardovými buňkami.

2.4 Mapování povrchu Venuše

Povrch Venuše se díky velmi husté atmosféře planety, neprostupné pro optické pozorování, nemůže stát cílem pozemských dalekohledů. Mapování jejího povrchu proto převzaly sondy, podmínky panující na povrchu planety nejsou vhodné ani pro sondy je zde příliš vysoký tlak a teplota. Přesto se to některým podařilo (Veněra 7) a na několik minut snímkovaly povrch planety. Jako lepší varianta se ukázalo radarové snímkování povrchu a jeho následná počítačová modelace. S moduritu si vytvoříme model povrchu Venuše, který budeme snímkovat. Radarový svazek paprsků nasimulujeme svazkem 300 špejlí. Pokud špejle nasadíme na vytvořený model, objeví se na druhém konci svazku tvar snímaného povrchu.

3 Závěr

Pokusy se dají použít ve školách při výuce astronomie, ale i v astronomických kroužcích pro přiblížení jednotlivých úkazů. Jejich použití při přednášce může daný problém více přiblížit. V dnešní moderní době není problém nalézt na internetu další návody na zajímavé pokusy a stačí pak je jen převést do astronomie spárováním s vhodným astronomickým úkazem.

4 Použitá literatura

MEISER T., Jednoduché experimenty demonstrující jevy a procesy ve vesmíru, bakalářská práce, 2008

MEISER T., Demonstrace astrofyzikálních procesů a jevů a jejich použití pro žáky základních škol, diplomová práce, 2010

KERROD, Robin, SPARRROW, Giles. Jak funguje Vesmír. Pavel Příhoda, Universum, 2005. 160 s. ISBN 80-242-1373-7.

MIKULÁŠEK, Zdeněk, MIŠ, Leon, RUMLER, Josef. Návod na použití vesmíru [online]. 2004 [cit. 2008-02-02].

Dostupné na internetu: <<http://navod.hvezdarna.cz/navod/konvekce.htm>>.

5 Kontakt na autora

Marek Česal

ZpČAS

mcesal@volny.cz

Středisko služeb školám, Plzeň, Částkova 78
Podpora talentovaných žáků v Plzeňském kraji
CZ.1.07/1.2.03/02.0001

Tento projekt je v letech 2012-14 financován z rozpočtu Plzeňského kraje

KAM AŽ DOHLÉDNEME VE VESMÍRU

Lumír HONZÍK

1 Úvod

Otázka, kam až dohlédneme ve vesmíru, je velmi jednoduchá. Odpověď na ni je však poměrně komplikovaná. Záleží na mnoha faktorech. Jedním s těch faktorů je, jakou technikou pozorujeme. Zda pouhým okem, nebo dalekohledem, nebo třeba radioteleskopem. Další z faktorů je v jakém oboru spektra pozorujeme (vizuální, infračervený, ultrafialový apod.). Záleží také, v jakém směru pozorujeme. Je rozdíl se dívat ke středu Galaxie, či mimo její rovinu. Dalším problémem jsou zkušenosti s odhadem vzdáleností a s jejich měřením. Člověk má praktické zkušenosti se vzdálenostmi zde na planetě Zemi. Většina vzdáleností ve vesmíru se zcela vymyká pozemským zkušenostem.

2.1 Používané vzdálenosti ve vesmíru.

Vzdálenosti v astronomii jen výjimečně měříme na km. Takto lze měřit např. vzdálenost mezi Zemí a Měsícem. Pro většinu vzdáleností používáme jiné jednotky: AU, ly, pc.

- AU: Astronomická jednotka (Astronomical Unit)
Průměrná vzdálenost Země od Slunce.
 $1 \text{ AU} = 150\,106 \text{ km} = 149\,597\,892 \text{ km}$
- ly: Světelný rok (Light year)
Vzdálenost, kterou světlo ulétne za jeden rok.
 $1 \text{ ly} = 9,46\,1012 \text{ km} = 9\,454\,254\,955\,488 \text{ km}$
- pc: Parsec, paralaktická sekunda
Vzdálenost, ze které by poloměr oběžné dráhy Země byl kolmo k zornému paprsku vidět pod úhlem 1".
 $1 \text{ pc} = 30,857\,1012 \text{ km} = 3,2617 \text{ ly} = 206\,264,8062 \text{ AU}$

2.2 Vzdálenosti na Zemi

Vzdálenosti na Zemi se zpravidla uvádí v metrech nebo kilometrech. V některých zemích se používají třeba míle. V minulosti se jednalo o dnes již dávno nepoužívané jednotky, jako jsou např. stadia.

Měření vzdáleností na Zemi může být omezeno řadou příčin např. horizontem. V terénu může být linie horizontu různě vzdálena a horizont může být otevřený, či uzavřený. Dalším faktorem může být poloha pozorovacího stanoviště. Je rozdíl mezi výškovým stanovištěm a s velkou dohledností desítek km a stanovištěm s omezenou dohledností. V pozemských podmínkách může omezit výhled i počasí a světelné podmínky. Určitou roli hraje i velikost objektu, případně materiál, ze kterého je zhotoven. Na základě některých měření a zkušeností dokážeme i odhadem určit na zemském povrchu, či v jeho blízkosti (atmosféře) vzdálenosti

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

(podle reliéfu terénu, typu oblaků, podle letících strojů: letadel, družic apod.). S obdobnými faktory a problémy jako zde na Zemi se setkáme i při určování vzdáleností ve vesmíru.

2.3 Viditelnost a odhad vzdálenosti umělých těles na oběžné dráze kolem Země

Při pohledu vzhůru jsou vidět i tělesa pohybující se na oběžné dráze kolem Země. Tyto stroje se nachází minimálně ve výškách kolem 120 km, tedy na jakési pomyslné hranici vesmíru. Přesto mohou být viditelná pouhým okem. V praxi jsou běžně vidět družice, raketoplán (dokud létal), ISS (Mezinárodní kosmická stanice).

2.4 Viditelnost a určení vzdálenosti těles ve sluneční soustavě

Řadu těles ve sluneční soustavě můžeme bez problémů sledovat i pouhým okem. Pohled dalekohledem však odhalí mnohem více detailů. Nejlépe je možné sledovat Měsíc, a to i pouhým okem. V tomto případě ho vidíme v průměrné vzdálenosti necelých 385 000 km. V dalekohledu jsou na Měsíci pozorovatelné zajímavé detaily. Dalším dobře pozorovatelným objektem je Slunce. I v tomto případě lze sledovat řadu detailů pomocí dalekohledu, který však musí být opatřen kvalitním filtrem. Pouhým okem i dalekohledem lze pozorovat planety až po Saturn. V případě Saturnu se již díváme do vzdálenosti necelých 10 AU. Což je asi 1 427 000 000 km. Poslední dvě planety sluneční soustavy jsou již na hranici nebo zcela mimo dosah lidského oka. Pro jejich spatření musíme použít dalekohled. Detaily už nevidíme. Planetu Neptun již vidíme ze vzdálenosti přibližně 30 AU, což je kolem 4 496 000 000 km.

Objekty vzdáleného vesmíru (objekty mimo sluneční soustavu) jsou vzdáleny mnohem více. Přesto z nich můžeme spatřit i pouhým okem, např. některé jasnější hvězdy. Nejbližší hvězda vůči Zemi (mimo Slunce) se jmenuje Proxima Centauri a nachází ve vzdálenosti 4,27 ly, což odpovídá vzdálenosti asi 37 869 120 000 000 km. V její blízkosti jsou ještě dvě jasnější hvězdy označené jako Alfa a Beta Cen. Z našeho území tato soustava ale není pozorovatelná. Další blízká hvězda je Barnardova šipka ve vzdálenosti pouhých 6 ly. Ta je z našeho území pozorovatelná v souhvězdí Hadonoše. Všechny hvězdy, které vidíme na obloze, jsou součástí naší Galaxie. Kromě hvězd lze pozorovat i některé vzdálené objekty jako jsou otevřené a kulové hvězdokupy. V některých směrech lze pozorovat i objekty mimo naši Galaxii. Může se jednat o jiné galaxie, mlhoviny a některé další objekty vzdáleného vesmíru. Pouhým okem jsou z jižní polokoule pozorovatelné dvě sousední galaxie: Velký a Malý Magellanův oblak. Z našeho území je viditelná galaxie v Andromedě M31. Ta se nachází ve vzdálenosti 2,2 milionů ly. Jedná se o nejvzdálenější galaktický objekt viditelný pouhým okem. Pomocí velkých dalekohledů je možné detekovat např. i kvasary a gama záblesky. Byl zachycen záblesk, jehož světlo k nám putovalo asi 12,8 miliard let. V době kdy vznikl, ještě naše sluneční soustava neexistovala.

2.5 Princip měření vzdálenosti Měsíce.

Vzdálenost lze určit několika způsoby, např. trigonometricky. Nejpřesněji ji ale určíme pomocí laserového paprsku odraženého od jednoho z koutových odražečů. Tři koutové

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

odražeče na Měsíc přivezly a instalovaly některé výpravy v rámci programu Apollo. Další dva odražeče jsou umístěny na ruských Lunochodech.

2.6 Triangulační metoda

Měřit relativně malé vzdálenosti ve sluneční soustavě lze i triangulační metodou. Ta lze využít např. při přechodu vnitřní planety přes disk Slunce. Při průchodu planety (Venuše, Merkur) přes disk Slunce se při pozorování z různých míst na Zemi procházející planeta promítá na různá místa slunečního disku. Změřením těchto rozdílů lze přesně určit tzv. horizontální paralaxu tělesa, a tím i jeho vzdálenost od Země. Z Keplerových zákonů pak vyplývá i vzdálenost Země od Slunce.

Stejná metoda se využívá i při opozici blízkých planet. Z různých míst Země se ve stejném okamžiku promítá např. planeta Mars nebo některý z asteroidů na různá místa oblohy. Tím lze trigonometricky změřit vzdálenost těles od Země a dle Keplerových zákonů určit i vzdálenost Země – Slunce.

2.7 Radarové odrazy

Vzdálenost lze určit i radarovou metodou. Takto se určovala vzdálenost mezi Zemí a Venuší. Princip spočíval v měření doby mezi vysláním radarového signálu a jeho odraženým návratem od Venuše. Kromě určení vzdálenosti mezi Zemí – Venuší se nechá s pomocí Keplerových zákonů opět vypočítat vzdálenost Země od Slunce. Radarovou metodou se také z kosmických sond mapoval povrch Venuše.

2.8 Měření vzdáleností hvězd

Princip měření vzdálenosti blízkých hvězd vychází z měření paralaxy pomocí trigonometrických funkcí. Bližší hvězda má hodnotu paralaxy větší, než hvězda vzdálenější. Jako základna pro tato měření se používal oběh Země kolem Slunce. Země je vzdálena od Slunce 1 AU a během půl roku vykoná půl oběhu. Dostane se na druhou stranu od Slunce a tím se posune o 2 AU, což je přibližně 300 milionů km. To už je celkem solidní základna pro měření touto metodou. V dnešní době kosmické techniky lze tuto základnu ještě zvětšit.

2.9 Měření vzdálenějších hvězd

Vzdálenější hvězdy již nelze měřit trigonometricky. Paralaxa je příliš malá. Uplatňuje se zde jiná metoda. Měříme vzdálenosti pomocí hvězd – typu cefeid. Tyto hvězdy jsou proměnné hvězdy. U cefeid existuje významný vztah mezi periodou jejich pulzace a střední absolutní hvězdnou velikostí hvězdy. Absolutní hvězdnou velikost má hvězda, která by byla pozorována z jednotkové vzdálenosti 10 pc. Platí, že čím delší je perioda cefeidy, tím větší je její střední svítivost. Cefeidy jsou pro nás jakými standardními svíčkami ve vesmíru

2.10 Měření vzdálenosti sousedních galaxií.

Měření vzdáleností sousedních galaxií lze i pomocí gigantického výbuchu supernovy (SN). Supernovy typu Ia dosahují stejné maximální jasnosti. Takže SN náležící do této

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

kategorie jsou rovněž velmi dobrými standardními svíčkami, které lze během exploze pozorovat i na velké vzdálenosti, neboť při výbuchu mohou přezářit celou galaxii.

3 Závěr

Z výše uvedeného vyplývá, že určování vzdáleností ve vesmíru není triviální záležitostí. Měření bývají zatížena určitou chybou, která bývá závislá na použité metodě. Některé údaje hlavně v minulosti byly spíše orientační a umožňovaly nám udělat si jakousi představu o vzdálenostech a struktuře vesmíru. Nicméně v posledním období se údaje i díky použití některých astrometrických družic značně zpřesnily. Pokud ale budeme srovnávat údaje ze starší literatury s údaji novými, můžeme zjistit, že některé hodnoty týkající se vzdáleností se od sebe mohou dosti lišit.

4 Použitá literatura

Dostupné na internetu:

<http://www.qwertasip.estranky.cz/clanky/jak-se-meri-vzdalenosti-ve-vesmiru--cast-1---slunecni-soustava.html>

<http://www.qwertasip.estranky.cz/clanky/jak-se-meri-vzdalenosti-ve-vesmiru--cast-2---hvezdy-a-galaxie.html>

5 Kontakt na autora

Lumír Honzík

Hvězdárna a planetárium Plzeň

E-mail: lumir.honzik@seznam.cz

PROČ UŽ PLUTO NENÍ PLANETOU

Lumír HONZÍK

1 Úvod

V roce 2016 bylo na Mezinárodním astronomickém kongresu v Praze odhlasováno, že Pluto bude vyřazeno z kategorie planet. Tento krok vzbudil celou řadu ohlasů nejen v České republice, ale i na celém světě. Mnoho lidí nejrůznějších věkových kategorií nemohlo pochopit, proč k tomuto kroku došlo a jaký to bude mít praktický dopad.

2.1 Představy o sluneční soustavě a vesmíru

Prvotní představy o naší planetě, sluneční soustavě a vesmíru byly značně odlišné od současnosti. Zprvu nebylo jasné, že Země je také planetou. Existovala představa ploché Země, která s okolním vesmírným světem příliš nesouvisela. Později byla Země chápána jako nejdůležitější těleso, okolo kterého obíhají ostatní planety včetně Slunce a Měsíce. Bylo

Středisko služeb školám, Plzeň, Částkova 78
Podpora talentovaných žáků v Plzeňském kraji
CZ.1.07/1.2.03/02.0001

Tento projekt je v letech 2012-14 financován z rozpočtu Plzeňského kraje

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

vytvořeno několik různých modelů uspořádání naší sluneční soustavy. Jeden z nejznámějších modelů byl geocentrický, který pocházel od Ptolemaia a který se udržel po několik století. V tomto modelu figurovala Země jako střed soustavy, okolo Země obíhal Měsíc, Slunce a pět bludných hvězd, které dnes známe jako planety a které jsou viditelné pouhým okem: Merkur, Venuše, Mars, Jupiter a Saturn. Za Saturnem končila hranice tzv. blízkého vesmíru. Ostatní tělesa dnešní sluneční soustavy známa nebyla. Za touto hranicí již existovala sféra stálic - hvězd. Představy o rozměrech jednotlivých těles a představy o vzdálenostech byly velmi zkreslené.

2.2 Změny ve sluneční soustavě – nové objevy

S příchodem polského astronoma Mikuláše Koperníka se objevuje nový model sluneční soustavy. V tomto modelu Země přestává být centrem. Naopak Slunce se dostává do středové pozice. Model však není přijat církví. Další významnou změnou je objevení dalekohledu (1609) a jeho využití pro pozorování oblohy. Dalekohled přinesl zcela nové možnosti a celou řadu objevů. Došlo i v posunu myšlení člověka, neboť odpovědnost přešla z člověka (jeho záznamu dění pomocí smyslů) na přístroj. To se později stalo i v jiných odvětvích.

Dne 13. března 1781 byla objevená nová, v pořadí sedmá planeta sluneční soustavy. V Anglii ji pomocí dalekohledu objevil astronom William Herschel spolu se svojí sestrou Karolínou. Objevem se nejenom změnil počet planet, ale zároveň se posunula hranice naší sluneční soustavy.

Další významný objev přišel 1. ledna 1801. Italský astronom Giuseppe Piazzi objevil mezi dráhou planet Mars a Jupiter nové těleso. To je zpočátku považované za novou planetu. O rok později bylo v této oblasti objeveno další těleso a v roce 1807 již jsou zjištěna 4 tělesa. Nejedná se ovšem o planety, ale o planetky (asteroidy). Z domnělé první planety se nakonec stal jeden ze zástupců početné skupiny těles hlavního pásu asteroidů. Prvním objeveným tělesem této skupiny byl ve skutečnosti (1) Ceres (asteroid, později překvalifikován na trpasličí planetu). Další objevenou planetkou se stala (2) Pallas v roce 1802, následovaly (3) Juno v roce 1807, (4) Vesta v roce 1807 a (5) Astrea v roce 1845. Další objevy planetek následovaly s rozvojem technicky dokonalejších a větších pozorovacích přístrojů. Později byl další kvalitativní skok týkající se nových objevů v pásu asteroidů zaznamenán s objevem a rozvojem fotografie a později i CCD prvků.

S planetou Uran se časem objevil problém. Předpověď její polohy na obloze (efemerida) nesouhlasila s pozorovanou skutečností. Uran vykazoval ve své dráze poruchy. Problém vyřešily nezávisle na sobě až dva matematici. Ve Francii Urbain Jean Joseph Le Verrier a v Anglii John Couch Adams z poruch Urana vypočítali, že poruchy musí způsobovat další těleso. Z výpočtů vyplývalo, že se dráhou Uranu musí vyskytovat ještě další planeta. Spočítali, kde by se nová planeta měla na obloze nacházet. A tak 23. září 1846 byla touto matematickou výpočetní metodou objevena pozorovatelem Johanem Gottfriedem Gallem již osmá planeta sluneční soustavy nedaleko od vypočtené polohy. Hranice sluneční soustavy se

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

opět posunula, tentokrát až na vzdálenost přibližně 30 AU (astronomických jednotek). Matematická metoda a následný objev nové planety znamenaly triumf matematiky, fyziky i nebeské mechaniky.

Poslední devátá planeta sluneční soustavy byla objevena v USA podobnou metodou, i když zde velkou roli hrála náhoda a štěstí. Pluto bylo objeveno již 21. 1. 1930 na Lowellově hvězdárně v Arizoně astronomem Clydem Tombaughem. Objev byl ale oznámen až 13. 3. 1930 (149 let od objevu Urana). Sluneční soustava měla od té doby 9 planet a její hranice se opět posunula.

Ke konci minulého století se ve sdělovacích prostředcích často hovořilo i o objevu desáté planety sluneční soustavy. Jednalo se většinou o nově objevená vzdálená tělesa, která ale patří do vnějšího pásu, a který byl relativně nedávno objevený za drahou planety Neptun. Jedná se o podobnou situaci, která existuje uvnitř sluneční soustavy mezi drahami planet Mars a Jupiter. Tento vnější pás se nazývá Kupierův. Kolik těles se v této vzdálené oblasti sluneční soustavy nachází, jak vypadají a nakolik se odlišují od vnitřního pásu planetek, zatím nevíme. V současné době se jedná spíše o odhady, než o skutečný počet.

2.3 Je Pluto planetou?

Pokud porovnáme Pluto s ostatními planetami, zjistíme určité odlišnosti. Obecně lze říci, že lze planety sluneční soustavy rozdělit do dvou základních skupin.

První skupinu tvoří terestrické planety, tedy planety zemského typu. Do této skupiny patří: Merkur, Venuše, Země a Mars. Jedná se o relativně rozměrově malé planety (Země je největší), které se nachází v blízkosti Slunce. To na ně výrazně působí svojí aktivitou. Tyto planety mají větší hustotu a pevný povrch. Pokud mají atmosféru, tak je málo rozsáhlá. Na všechny čtyři planety připadají celkem 3 měsíce, jeden u Země a dva malé u Marsu. Tyto planety také nemají kolem sebe přirozené prstence.

Druhou skupinu tvoří jovistické planety, tedy planety jupiterova typu. Do této skupiny patří: Jupiter, Saturn, Uran a Neptun. Tentokrát se jedná o obří tělesa s relativně velkými rozměry oproti malým planetám (Jupiter je největší). Tyto čtyři velké planety obíhají na vzdálenějších drahách, takže vlivy sluneční aktivity již nejsou tak výrazné. Další zvláštností je, že tyto čtyři plynní obří nemají pevný povrch a jejich hustota je nízká. Atmosféra tvořená převážně vodíkem a héliem je velmi rozsáhlá. Všechny planety mají velké množství satelitů – až několik desítek. U všech obřích planet byly také objeveny přirozené prstence.

Pluto má řadu odlišností a tím nezapadá ani do skupiny terestrických, ani jovistických planet. Rozměrově by spadal mezi malé planety, ale jeho hustota odpovídá spíše kometám. Předpokládá se, že má pevný povrch. Má i pět satelitů, ale prstenec zjištěn nebyl. Velmi odlišné jsou parametry jeho dráhy. Ta má velkou výstřednost. Při největším přiblížení je Pluto

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

ve vzdálenosti kolem 30 AU a může být krátkodobě blíží než Neptun, neboť jeho dráhu kříží. Naopak při největší vzdálenosti od Slunce se dostává až na 50 AU. Také sklon jeho dráhy (přes 17°) je mimořádně velký, a tak se Pluto svými dráhovými parametry zcela vymyká a připomíná spíš objekt kometárního typu.

2.4 Problém s definicí

Astronomie má již delší problém s tříděním a definicí těles. Např. v některých případech nemusí být zcela jasné, zda je hvězda a hmotná planeta dvojhvězdou. Někdo se může podívat i nad tím, že hned dva satelity ve sluneční soustavě (Ganymedes, Titan) mají větší rozměry než třeba planeta Merkur. Ale jsou zde i další otázky. Jaká je vlastně hranice mezi planetkou, nepravidelným měsícem a kometou? Co je ještě planetka a co už meteoroid? Co je ještě měsíc planety a co už kosmické smetí? Těch otázek je více a podobný problém byl i s definicí co ještě je a není planeta. To se mělo vyřešit na mezinárodním setkání astronomů v roce 2006 v Praze. 26. kongres Mezinárodní astronomické unie (IAU), což je nejvyšší světové setkání astronomů, probíhal ve dnech 14. – 26. srpna 2006 v Kongresovém centru v Praze. V rámci kongresu zasedá několik odborných komisí a jedna z nich řešila právě problematiku vyřazení Pluta. Zprvu se problém zdál jasný. Pluto se vyřadí z kategorie planet a přeřadí se mezi planetky. Jak se ale ukázalo, problém byl mnohem složitější a hrozilo, že se sluneční soustava rozroste asi na 24 planet. Nakonec bylo rozhodnuto, nově definovat co je planeta. Stará definice planety již nevyhovovala.

Planeta podle staré definice:

Planeta je nebeské těleso, které:

- Má dostatečnou hmotu pro to, aby jeho vlastní gravitační síla dokázala těleso zformovat prostřednictvím hydrostatické rovnováhy do kulového tvaru (respektive téměř kulového).
- Nachází se na oběžné dráze kolem hvězdy, a není ani hvězdou ani satelitem planety.

Planeta podle nové definice:

Planeta je nebeské těleso, které:

- Obíhá okolo Slunce.
- Má dostatečnou hmotnost na to, aby jeho gravitace ustavila tvar odpovídající hydrostatické rovnováze (přibližně kulatý tvar).
- Vyčistilo okolí své dráhy.
- Planety mají dominantní postavení ve své oblasti sluneční soustavy.

Pozn.: Těmito osmi planetami jsou:

Merkur, Venuše, Země, Mars, Jupiter, Saturn, Uran a Neptun.

Zároveň se Mezinárodní astronomická unie (IAU) usnesla na definici trpasličí planety.

"Trpasličí planeta" je nebeské těleso, které:

- Obíhá okolo Slunce.

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

- b) Má dostatečnou hmotnost na to, aby jeho gravitace ustavila tvar odpovídající hydrostatické rovnováze (přibližně kulatého).
- c) Nevyčistilo okolí své dráhy.
- d) Nemá satelity.

Podle rozhodnutí IAU zároveň došlo k novému rozdělení těles Sluneční soustavy.

Sluneční soustava se skládá z těchto těles:

Slunce, planety a jejich satelity, trpasličí planety včetně transneptunů, malá tělesa sluneční soustavy.

3 Závěr

Nové rozdělení přineslo několik změn.

- a) Pluto zmizelo ze seznamu planet. Pluto je dle výše uvedených definic trpasličí planetou a stává se prototypem nové kategorie transneptunických objektů.
- b) Objevily se dvě nové kategorie těles: trpasličí planety a malá tělesa sluneční soustavy.
- c) Oficiálně už neexistují tato tělesa: planetky, komety a meteoroidy.

Toto rozdělení nemusí být konečné. Ukazuje se např., že Pluto není vhodný kandidát pro trpasličí planetku, ale je spíš řazen mezi transneptuny – plutoidy. Další výzkum, praxe a čas ukáže, zda toto dělení vyhovuje, nebo ne. Také po průzkumu Pluta kosmickou sondou, která má k němu v roce 2015 dorazit, může pomoci objasnit, do jaké kategorie toto těleso vlastně patří.

4 Použitá literatura

Dostupné na internetu:

<http://astro.cas.cz/nuncius/appendix.html>

<http://www.astro.cz/iau2006/>

5 Kontakt na autora

Lumír Honzík

Hvězdárna a planetárium Plzeň

E-mail: lumir.honzik@seznam.cz

DÍLNA: VYROB SI VLASTNÍ FOTOAPARÁT

Zdeňka KIELBUSOVÁ

1 Úvod

Dílna byla zaměřena na výrobu dírkové komory, neboli Camery obscury. Jedná se o nejjednodušší princip, jak si vytvořit vlastní fotoaparát. Camera obscura byla nejprve, temná místnost, později se vyvinula v malou skříňku, která má na jedné stěně maličký otvor, kterým dovnitř procházejí světelné paprsky a vytvářejí na protější stěně trochu matný obrácený obraz předmětu. Camera obscura je nedokonalý předchůdce dnešního fotografického aparátu.

2 Návod na stavbu

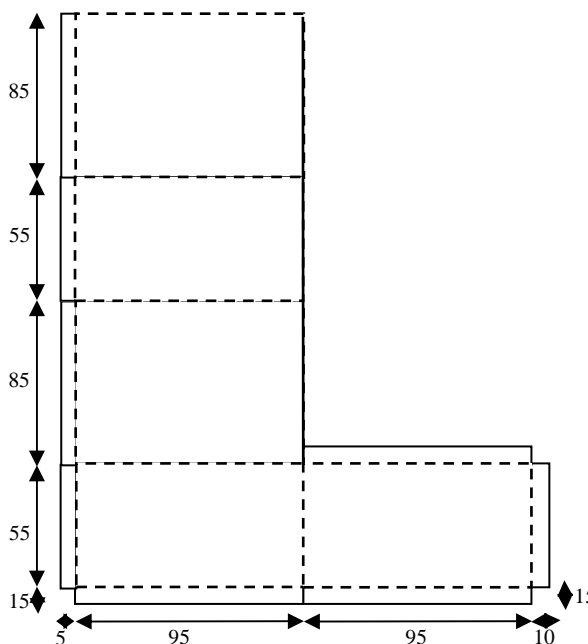
Pomůcky:

nůžky, fotopapír, 2 ks černý karton (velikost A3), lepidlo, špendlík, černá lepenka, pravítko, pozitivní vývojka, ustalovač, destilovaná voda, 4 fotomisky, odměrný válec, expozimetr, temnou místnost

Postup:

Podle návodu (viz. níže) vyrobíme z černého kartonu krabičku. Pomocí pravítka si stanovíme střed dna krabičky a uděláme do něj špendlíkem malou díрку, kterou překryjeme krytkou (kousek černého kartonu s izolepou). Přemístíme se do temné místnosti, vložíme do víčka fotopapír (citlivou vrstvou nahoru) a přiklopíme jej na spodek krabičky. Černou lepenkou přilepíme víčko ke spodku krabičky tak, aby dovnitř nevnikalo žádné světlo. Vybereme si vhodný předmět k fotografování a umístíme kameru obscuru do vhodné pozice.

Odkryjeme krytku, počkáme stanovený čas (který si stanovíme pomocí expozimetru) a opět díрку zakryjeme krytkou. V temné místnosti si připravíme roztoky na vyvolání fotografií. V pořadí pozitivní vývojka, destilovaná voda, ustalovač a poslední je opět destilovaná voda. V temné místnosti vyndáme fotopapír a postupně jej ponořujeme do připravených roztoků. Po té necháme vyvolanou fotku uschnout.





INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

3 Závěr

Studenti byli Camerou Obscurou nadšení. Každý si odnesl svůj primitivní fotoaparát i vlastnoručně vyvolané fotografie.

4 Použitá literatura

KIELBUSOVÁ, Z.: Zajímavé experimenty s Camerou obscurou, in. Sborník – odborný kemp přírodovědných oborů 23.-27. SRPNA 2010, str. 78-81

BALIHAR, D.: Co je dírková komora (cit. 20.8.2010) Dostupné na internetu:

<http://www.pinhole.cz/cz/pinholecameras/whatis.html>

5 Kontakt na autora

Jméno a příjmení s tituly: PhDr. Zdeňka Kielbusová

Název instituce: Západočeská univerzita v Plzni, Fakulta pedagogická, KMT, oddělení fyziky

E-mail: kielbus@kmt.zcu.cz

ŘEŠENÍ ÚLOH – PRÁCE VÝKON ENERGIE

Pavel KRATOCHVÍL

1 Úvod

Přednáška se zabývala řešením příkladů na téma práce, výkon energie. Seznámila studenty se základními pojmy. Byly prodiskutovány vztahy mezi jednotlivými veličinami a problematika přeměny energie. Byly řešeny úlohy na toto téma s návazností na kinematiku a dynamiku.

2.1 Příklad č.1 dle [2]

Lokomotiva táhne vlak silou 60000 N a má výkon 1500kW. Za jakou dobu ujede vzdálenost 42 km?

2.2 Příklad č.2 dle [2]

Řidič automobilu o hmotnosti 900 kg začne brzdit ve vzdálenosti 30 m od překážky. Třecí síla je 3800 N. Určete mezní rychlost, při které může ještě automobil zastavit před překážkou.

2.3 Příklad č.3 dle [2]

Sklep o plošné výměře 50 m² je ve výšce 3 m pod úrovní okolí a zaplavila ho voda do výšky 80 cm. Za jakou dobu vyčerpá vodu čerpadlo o příkonu 1 kW a účinnosti 75 %?

Středisko služeb školám, Plzeň, Částkova 78
Podpora talentovaných žáků v Plzeňském kraji
CZ.1.07/1.2.03/02.0001

Tento projekt je v letech 2012-14 financován z rozpočtu Plzeňského kraje

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

2.4 Příklad č.4 dle [2]

Nákladní vlak hmotnosti 600 t vyjíždí ze stanice a po pěti minutách rovnoměrně zrychleného ohybu po vodorovných kolejích měl rychlost 60 km/h. Jak velkou práci vykonala tažná síla lokomotivy, jeli koeficient tření 0,01?

3 Použitá literatura

[1] BEDNAŘÍK Milan, ŠIROKÁ Miroslava. Fyzika pro gymnázia. 3. vyd. Praha: Prometheus, 2007, 288 s. ISBN 978-807-1961-765.

[2] Příklady práce, výkon, energie. [online]. [cit. 2013-10-11]. Dostupné z: <http://fyzika.gjvj.cz/index.php/mechanika/prace-vykon/183-priklady-prace-vykon-energie>

4 Kontakt na autora

PhDr. Pavel Kratochvíl, Ph.D.

Západočeská univerzita v Plzni, Katedra matematiky, fyziky a technické výchovy

E-mail: kratinek@kof.zcu.cz

ŘEŠENÍ ÚLOH – SKLÁDÁNÍ A ROZKLÁDÁNÍ SIL

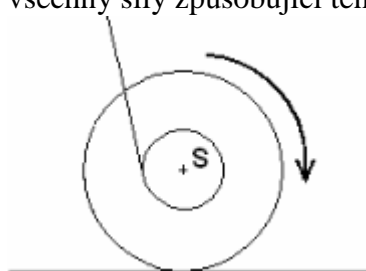
Pavel KRATOCHVÍL

1 Úvod

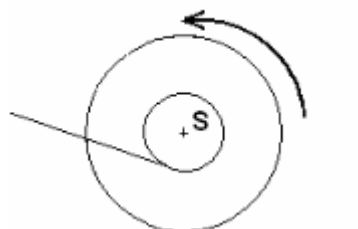
Přednáška se zabývala řešením příkladů z dynamiky. Byly řešeny úlohy na rotační pohyb nakloněnou rovinu a třecí sílu.

2.1 Příklad č.1

V závislosti na úhlu provázku se cívka pohybuje vpřed či vzad. Zakreslete do obrázků 1 a 2 všechny síly způsobující tento pohyb.



Obr. 1



Obr. 2

2.2 Příklad č.2 dle [1]

Bednu je možné posouvat rovnoměrným pohybem nahoru po nakloněné rovině silou o velikosti F_1 , dolů po nakloněné rovině silou o velikosti F_2 . Určete koeficient smykového tření f mezi bednou a nakloněnou rovinou, platí-li $F_1 = 6F_2$ a obě síly jsou rovnoběžné s nakloněnou rovinou, která svírá s vodorovnou rovinou úhel $\alpha = 15^\circ$.

3 Použitá literatura

[1] Bedna na nakloněné rovině. In: *Sbírka řešených úloh z fyziky* [online]. 2013 [cit. 2014-10-04]. Dostupné z: <http://fyzikalniulohy.cz/uloha.php?uloha=97>

4 Kontakt na autora

PhDr. Pavel Kratochvíl, Ph.D.

Západočeská univerzita v Plzni, Katedra matematiky, fyziky a technické výchovy

E-mail: kratinek@kof.zcu.cz

ŘEŠENÍ ÚLOH Z MECHANIKY

Pavel KRATOCHVÍL

1 Úvod

Přednáška se zabývala řešením úlohy z kinematiky, zaměřené především na grafické zpracování dat.

2 Příklad č.1 dle [1]

Na zpětný projektor položíme na navlhčené sklo slimáka a promítneme na tabuli. Každých 5s zakreslujeme na jeho polohu. Po zakreslení dostatečného počtu bodů slimáka odstraníme a promítneme na tabuli milimetrový rastr.

Úkoly:

- 1) Zakreslete na milimetrový papír trajektorii slimáka.
- 2) Zakreslete na milimetrový papír časový průběh dráhy slimáka
- 3) Zakreslete na milimetrový papír časový průběh rychlosti slimáka
- 4) Jaká byla průměrná rychlost slimáka?

3 Použitá literatura

[1] *Jak učím úvod do kinematiky* [online]. 2012 [cit. 2014-09-17]. ISSN 2336-2774. Dostupné z: <http://sf.zcu.cz/cs/2012/1/2-jak-ucim-uvod-do-kinematiky>



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

4 Kontakt na autora

PhDr. Pavel Kratochvíl, Ph.D.

Západočeská univerzita v Plzni, Katedra matematiky, fyziky a technické výchovy

E-mail: kratinek@kof.zcu.cz

ŘEŠENÍ ÚLOH Z TERMIKY – TEPELNÁ VÝMĚNA

Pavel KRATOCHVÍL

1 Úvod

Přednáška se zabývala řešením příkladů na téma tepelné výměny. Seznámila studenty se základními pojmy (teplota, teplo) a s různými způsoby předávání tepla. Byly řešeny úlohy především na kalorimetrickou rovnici včetně skupenských přechodů.

2.1 Příklad č.1

Hliníkový předmět o hmotnosti 0,8 kg a teplotě 250°C byl vložen do vody o hmotnosti 1,5 kg a teplotě 15°C. Jaká je teplota soustavy po dosažení rovnovážného stavu?

2.2 Příklad č.2

Ocelový předmět o hmotnosti 0,5 kg byl vložen do vody o objemu 2 l a teplotě 15°C. Výsledná teplota soustavy po dosažení rovnovážného stavu je 28°C. Jakou teplotu měl ocelový předmět před vložením do vody?

2.3 Příklad č.3

V kalorimetru o tepelné kapacitě 63 J/K je olej o hmotnosti 250 g a teplotě 12°C. Do oleje ponoříme měděný váleček o hmotnosti 500 g a teplotě 100°C. Výsledná teplota soustavy po dosažení rovnovážného stavu je 33°C. Určete výslednou tepelnou kapacitu použitého oleje.

2.4 Příklad č.4

Do sklenice s vodou o teplotě 22°C a objemu 0,5 l jsme vhodili pět kostek ledu ve tvaru krychle o délce hrany 2,5 cm a teplotě -15°C. Jaká je teplota soustavy po dosažení rovnovážného stavu?

3 Použitá literatura

[1] SVOBODA, Emanuel a Karel BARTUŠKA. *Fyzika pro gymnázia: molekulová fyzika a termika*. Dotisk 4. vyd. Praha: Prometheus, 2001. ISBN 978-807-1962-007.

Středisko služeb školám, Plzeň, Částkova 78
Podpora talentovaných žáků v Plzeňském kraji
CZ.1.07/1.2.03/02.0001

Tento projekt je v letech 2012-14 financován z rozpočtu Plzeňského kraje



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

4 Kontakt na autora

PhDr. Pavel Kratochvíl, Ph.D.

Západočeská univerzita v Plzni, Katedra matematiky, fyziky a technické výchovy

E-mail: kratinek@kof.zcu.cz

ZAJÍMAVÉ ÚLOHY Z MECHANIKY KAPALIN

Pavel KRATOCHVÍL

1 Úvod

Přednáška se zabývala řešením úloh na téma: Archimédův zákon a Bernoulliho rovnice.

2.1 Příklad č.1 dle [1]

Rotační kužel s průměrem podstavy 20 cm a výškou 30 cm je vyroben z materiálu o hustotě $800 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$. Určete, do jaké výšky bude ponořen, plove-li ve vodě špičkou vzhůru.

2.2 Příklad č.2 dle [2]

Nádoba má ve stěně vyvrtány dva otvory, jeden ve výšce h_1 ode dna a druhý ve výšce h_2 . V jaké výšce h musí být hladina vody v nádobě, chceme-li, aby voda z obou otvorů stříkala do stejné vzdálenosti x ? Odpor vzduchu zanedbejte.

Řešte nejprve obecně a potom pro hodnoty $h_1 = 10 \text{ cm}$ a $h_2 = 30 \text{ cm}$.

3 Použitá literatura

[1] Plovoucí kužel. In: *Sbírka řešených úloh z fyziky* [online]. 2013 [cit. 2014-10-04]. Dostupné z: <http://fyzikalniulohy.cz/uloha.php?uloha=925>

[2] Voda stříkající z nádoby. In: *Sbírka řešených úloh z fyziky* [online]. 2013 [cit. 2014-10-04]. Dostupné z: <http://fyzikalniulohy.cz/uloha.php?uloha=925>

4 Kontakt na autora

PhDr. Pavel Kratochvíl, Ph.D.

Západočeská univerzita v Plzni, Katedra matematiky, fyziky a technické výchovy

E-mail: kratinek@kof.zcu.cz

Středisko služeb školám, Plzeň, Částkova 78
Podpora talentovaných žáků v Plzeňském kraji
CZ.1.07/1.2.03/02.0001

Tento projekt je v letech 2012-14 financován z rozpočtu Plzeňského kraje



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

ZAJÍMAVÉ EXPERIMENTY

Pavel KRATOCHVÍL

1 Úvod

Přednáška se zabývala zajímavými a nevšedními experimenty.

2.1 Akustické experimenty

Nevšední hudební nástroje z elektrikářských trubek a jiných běžně dostupných materiálů, kytara s optickým snímačem.

2.2 Experimenty s kapalným dusíkem

Levitace supravodiče I. a II. typu, model supravodivého vlaku Maglev.

4 Kontakt na autora

PhDr. Pavel Kratochvíl, Ph.D.

Západočeská univerzita v Plzni, Katedra matematiky, fyziky a technické výchovy

E-mail: kratinek@kof.zcu.cz

DERIVACE A INTEGRÁLY VE FYZICE

Pavel MASOPUST

1 Úvod

Přednáška ukázala k čemu a proč ve fyzice používáme integrály a derivace. Pojem derivace byl vysvětlován standardně pomocí limity funkce a pomocí pro studenty lépe pochopitelného rozdílu mezi okamžitou a průměrnou rychlostí. Popsán byl i geometrický význam derivace. Pomocí limitního charakteru derivace bylo odvozeno několik vzorců pro derivace elementárních funkcí. Další příklady ukazovaly použití derivace pro hledání extrémů funkcí (hledání přizpůsobení odporu spotřebiče a vnitřního odporu zdroje pro maximální výkon, hledání nejmenšího povrchu nádoby při daném objemu a tvaru a další). Zmíněn byl pojem diferenciálu a parciální derivace. Výklad se nesnažil o přesný matematický popis problému, ale byl zaměřen spíše na praktické použití v reálných aplikacích.

Výklad integrálu vycházel z jejich geometrického významu a souvislosti s již vyloženými derivacemi. V příkladech byla hledána plocha pod různými křivkami, počítán objem vybraných rotačních útvarů a uvedeny rozličné fyzikální aplikace integrálů – hledání náboje, který protekl při různých tvarech proudu, hledání rychlostí při daném tvaru působících sil a další. Souvislost mezi analytickým a numerickým řešením integrálů ukazoval v MS Excel

Středisko služeb školám, Plzeň, Částkova 78
Podpora talentovaných žáků v Plzeňském kraji
CZ.1.07/1.2.03/02.0001

Tento projekt je v letech 2012-14 financován z rozpočtu Plzeňského kraje

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

řešený případ pohybu tělesa v prostředí s odporovou silou přímo úměrnou aktuální rychlosti. Dále byly integrály používány při výpočtu momentů setrvačnosti různých těles a sil působících na desku ponořenou do kapaliny. Ve zbylém čase studenti shlédli ukázkou hledání Taylorova rozvoje funkce a zobrazení nalezeného polynomu v Excelu.

4 Použitá literatura

- [1] JAREŠOVÁ M., Volf I., *Integrální počet ve fyzice*, [Online], [cit. 1. 9. 2014], Dostupné na internetu: <<http://fyzikalniolympiada.cz/texty/matematika/intpoc.pdf>>
- [2] JAREŠOVÁ M., Volf I., *Diferenciální počet ve fyzice*, [Online], [cit. 1. 9. 2014], Dostupné na internetu: <<http://fyzikalniolympiada.cz/texty/matematika/difpoc.pdf>>
- [3] Wikipedie, *Taylorova řada*, [Online], [cit. 2. 9. 2013], Dostupné na internetu: <http://cs.wikipedia.org/wiki/Taylorova_%C5%99ada>
- [4] Wikipedie, *Diferenciální počet*, [Online], [cit. 2. 9. 2013], <http://cs.wikipedia.org/wiki/Diferenci%C3%A1ln%C3%AD_po%C4%8Det>
- [5] Ivánkův blog, *Taylorův polynom srozumitelně*, [Online], [cit. 2. 9. 2013], <<http://ivankuckir.blogspot.cz/2010/09/tayloruv-polynom-srozumitelne.html>>
- [6] KVASNICA Josef, *Matematický aparát fyziky*. Nakladatelství Československé akademie věd, Praha 1984.

5 Kontakt na autora

PhDr. Pavel Masopust, PhD.
ZČU, FPE, katedra matematiky, fyziky a technické výchovy
Klatovská 51, Plzeň
pmasop@kmt.zcu.cz

ŘEŠENÍ OBTÍŽNĚJŠÍCH ÚLOH Z ELEKTŘINY A MAGNETISMU

Pavel MASOPUST

1 Úvod

Přednáška demonstrovala použití obtížnějších metod k řešení příkladů z oblasti elektřiny a magnetismu. Seznámila studenty (nebo rozšířila znalost) použití Coulombova zákona, Gaussovy věty elektrostatiky, Ampérova zákona. Zmíněno bylo i základní použití diferenciálního počtu a jeho souvislost s příklady z elektřiny a magnetismu. Řešeny byly příklady především z [1] (sekce II, III, IV, V, VI, VII, IX) a [2] (část II, kapitoly 22, 23, 24, 26, 28, 29 30). Příklady (většinou řešené) lze najít v těchto publikacích.

Středisko služeb školám, Plzeň, Částkova 78
Podpora talentovaných žáků v Plzeňském kraji
CZ.1.07/1.2.03/02.0001

Tento projekt je v letech 2012-14 financován z rozpočtu Plzeňského kraje

4 Použitá literatura

[1] LIAO S., DOURMASHKIN P., BELCHER J., *Fyzika 8.02: Elektrina a magnetismus*, [Online], [cit. 3. 9. 2013],

Dostupné na internetu: < <http://www.aldebaran.cz/elmg/kurz.html>>

[2] HALLIDAY, D., RESNICK, R., WALKER, J., *FYZIKA*. Prometheus, 2000, ISBN 81-7196-213-9

5 Kontakt na autora

PhDr. Pavel Masopust, PhD.

ZČU, FPE, katedra matematiky, fyziky a technické výchovy

Klatovská 51, Plzeň

pmasop@kmt.zcu.cz

KIRCHHOFFOVY ZÁKONY

Pavel MASOPUST

1 Úvod

Přednáška ukázala, jak pomocí Kirchhoffových zákonů řešit základní úlohy teorie obvodů. Zmíněna byla i aplikace pro výpočet střídavých obvodů a přechodových jevů v obvodech s kondenzátory.

O zákonech lze nalézt mnoho informací jak v odborné literatuře, tak na internetu. V použité literatuře je seznam počítaných příkladů i teorie v množství dostatečném k dokonalému pochopení přednesené problematiky. Především [1] obsahuje množství multimediálních materiálů a komentovaných příkladů.

4 Použitá literatura

[1] REICHL J., *Kirchhoffovy zákony*, [Online], [cit. 1. 9. 2013],

Dostupné na internetu: < <http://fyzika.jreichl.com/index.php?page=257&sekce=browse>>

[2] SVOBODA J., *Kirchhoff's Laws*, [Online], [cit. 3. 9. 2013],

Dostupné na internetu:

< http://people.clarkson.edu/~jsvoboda/Syllabi/ES250/ckts/KCL_KVL.pdf>

[3] Wikipedie, *Kirchhoffovy zákony*, [Online], [cit. 2. 9. 2013],

Dostupné na internetu: < http://cs.wikipedia.org/wiki/Kirchhoffovy_z%C3%A1kony>

5 Kontakt na autora

PhDr. Pavel Masopust, PhD.

ZČU, FPE, katedra matematiky, fyziky a technické výchovy

Klatovská 51, Plzeň

pmasop@kmt.zcu.cz

VYUŽITÍ MATEMATIKY VE FYZICE 1

Petr MAZANEC

1 Úvod

V přednášce byly ukázány 2 příklady fyzikálních dějů s exponenciální závislostí.

2 Stat'

2.1 Příklad 1 (teplotní délková roztažnost tyče)

Odvoďte závislost délky l tyče na její teplotě t , jestliže při teplotě t_0 má tyč délku l_0 .

Řešení:

Změna délky tyče Δl je přímo úměrná změně teploty Δt a původní délce tyče l .

$$\Delta l = \alpha \Delta t$$

Koeficient přímé úměrnosti α je součinitel teplotní délkové roztažnosti materiálu tyče.

Tento vztah platí pro malé změny obou veličin ($\Delta l \rightarrow 0$ $\alpha \Delta t \rightarrow 0$). V tomto případě můžeme změny nahradit diferenciály a dostaneme diferenciální rovnici, kterou vyřešíme separací proměnných a dvěma určitými integrály:

$$dl = \alpha \cdot l \cdot dt$$

$$\int_{l_0}^l \frac{dl}{l} = \alpha \cdot \int_{t_0}^t dt$$

$$[\ln l]_{l_0}^l = \alpha \cdot [t]_{t_0}^t$$

$$\ln l - \ln l_0 = \alpha(t - t_0) = \alpha \Delta t$$

$$\ln \left(\frac{l}{l_0} \right) = \alpha \Delta t = x$$

Veličina x je bezrozměrná veličina.

$$\frac{l}{l_0} = e^x$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Hledaná závislost tedy je exponenciální a rostoucí (tyč se při zahřívání prodlužuje a při ochlazování zkracuje).

$$l = l_0 \cdot e^x = l_0 \cdot e^{\alpha \Delta t}$$

Součinitel $\alpha \approx 10^{-5} K^{-1}$ a pro $\Delta t = \Delta T \in (-100K; +100K)$ je $x \in (-0,001; 0,001)$.

Protože je $x \rightarrow 0$, bude platit velmi dobře i původní rovnice pro změny

$$\Delta l = l - l_0 \quad \alpha \Delta t = x - x_0$$

$$l - l_0 = \alpha l_0 \Delta t$$

Úpravou dostaneme jednoduchý vztah lineární

$$l = l_0 \cdot (1 + \alpha \Delta t) = l_0 \cdot (1 + x)$$

Porovnáním přesné exponenciální a přibližné lineární závislosti dostáváme

$$e^x \approx 1 + x \quad \text{pro } x \rightarrow 0$$

Přímka o rovnici $y = 1 + x$ je tečnou exponenciální křivky $y = e^x$ v bodě $x = 0$.

Kvadr má při teplotě t_0 objem $V_0 = a_0 b_0 c_0$. Potom při teplotě t má objem

$$V = abc = a_0 \cdot e^x \cdot b_0 \cdot e^x \cdot c_0 \cdot e^x = V_0 \cdot e^{3x}$$

$$V = V_0 \cdot e^{3\alpha \Delta t} = V_0 \cdot e^{\beta \Delta t} \quad \beta = 3\alpha$$

Pro malé teplotní změny objemu můžeme odvodit jednodušší vztah:

$$e^{3x} = (e^x)^3 \approx (1 + x)^3 = 1 + 3x + 3x^2 + x^3 \approx 1 + 3x$$

Vyšší mocniny x můžeme zanedbat ($x \rightarrow 0 \Rightarrow x^2 \rightarrow 0 \Rightarrow x^3 \rightarrow 0$) a funkci linearizovat pro malá x , blíží se k nule.

Přímka o rovnici $y = 1 + 3x$ je tečnou exponenciální křivky $y = e^{3x}$ v bodě $x = 0$.

Tyto dva výsledky jdou zobecnit na větu:

Přímka o rovnici $y = 1 + kx$ je tečnou exponenciální křivky $y = e^{kx}$ v bodě $x = 0$.

$$e^{kx} \approx 1 + kx \quad \text{pro } x \rightarrow 0 \text{ a pro } k \in R$$

Pro malá x tedy platí:

$$V = V_0 \cdot (1 + \beta \Delta t) \quad \beta = 3\alpha$$

2.2 Příklad 2 (radioaktivní rozpad jader atomů)

Odvoďte závislost počtu nerozpadlých jader N radioaktivního materiálu na čase t , jestliže na začátku pozorování v čase $t = 0$ byl počet nerozpadlých jader ve vzorku N_0 a poločas rozpadu je T .

Řešení:

Za poločas rozpadu klesne původní počet jader na poloviční počet, protože druhá polovina jader se rozpadla rozpadem **α nebo β** . Potom platí:

$$t = 0 \rightarrow N = N_0$$

$$t = T \rightarrow N = \frac{N_0}{2}$$

$$t = 2T \rightarrow N = \frac{N_0}{4}$$

$$t = 3T \rightarrow N = \frac{N_0}{8}$$

$$t = kT \Rightarrow N = \frac{N_0}{2^k} = N_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^k = N_0 \cdot 2^{-k} \quad k = \frac{t}{T}$$

Po dosazení dostaneme zákon radioaktivního rozpadu:

$$N = N_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}} = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$$

Počet nerozpadlých jader exponenciálně klesá s časem. Počet rozpadlých jader x v čase t je $x = N_0 - N = -\Delta N$.

Teď odvodíme stejný zákon řešením diferenciální rovnice. Počet x rozpadlých jader za malý časový interval Δt je přímo úměrný původnímu počtu jader a délce časového intervalu.

$$x = -\Delta N = \lambda \cdot N \cdot \Delta t$$

λ je rozpadová konstanta radionuklidu.

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Tento vztah opět platí pro malé změny obou veličin ($\Delta N \rightarrow 0$ a $\Delta t \rightarrow 0$). V tomto případě můžeme změny nahradit diferenciály a dostaneme diferenciální rovnici, kterou vyřešíme separací proměnných a dvěma určitými integrály:

$$dN = -\lambda \cdot N \cdot dt$$

$$\int_{N_0}^N \frac{dN}{N} = -\lambda \cdot \int_0^t dt$$

$$[\ln N]_{N_0}^N = -\lambda \cdot [t]_0^t$$

$$\ln \left(\frac{N}{N_0} \right) = -\lambda t = -x$$

$$N = N_0 \cdot e^{-x} = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

Dostali jsme vyjádření rozpadového zákona pomocí přirozené exponenciální funkce. Platí tedy exponenciální závislost pro $t \geq 0$.

$$N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}} = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

$$2^{-\frac{t}{T}} = e^{-\lambda t}$$

Obě strany rovnosti zlogaritmujeme přirozeným logaritmem:

$$\ln \left(2^{-\frac{t}{T}} \right) = \ln(e^{-\lambda t})$$

$$-\frac{t}{T} \cdot \ln 2 = -\lambda t$$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T}$$

Úpravou jsme dostali vztah mezi poločasem rozpadu a rozpadovou konstantou.

$$\text{Závěr: } N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}} = N_0 \cdot e^{-\lambda t} \quad \lambda = \frac{\ln 2}{T}$$

3 Závěr

Na příkladech teplotní roztažnosti a radioaktivního rozpadu jsme ukázali rostoucí a klesající exponenciální závislost mezi fyzikálními veličinami a řešení diferenciální rovnice $dy = k \cdot y \cdot dt$ separací proměnných.

4 Použitá literatura

časopis Kvant, číslo 12, ročník 1972

5 Kontakt na autora

Mgr. Petr Mazanec

Gymnázium Plzeň, Mikulášské nám. 23

pmazanec@mikulasske.cz

VYUŽITÍ MATEMATIKY VE FYZICE 2

Petr MAZANEC

1 Úvod

V přednášce bylo ukázáno využití matematického řešení kvadratických, exponenciálních a goniometrických rovnic při řešení fyzikálních úloh.

2 Stat'

2.1 Příklad 1

Kaskadér o hmotnosti $m=90$ kg, přivázaný k pružnému lanu, používanému na bungee-jumping, o tuhosti $k=50\text{N/m}$ a délce v nezatíženém stavu $l=30\text{m}$, skáče z vrcholu mostu, který je ve výšce h nad hladinou přehrady. Určete tuto výšku, jestliže ho pružné lano při pádu zastaví těsně nad hladinou a pak ho vymrští zpět nahoru. Zanedbejte odpor vzduchu při prvním pádu a předpokládejte, že lano při deformaci vyhovuje Hookovu zákonu.

Řešení:

Úlohu vyřešíme užitím zákona zachování mechanické energie, který platí při zanedbání odporu vzduchu.

Polohová energie kaskadéra v tíhovém poli Země na začátku pádu v poloze 1 se přemění na polohovou energii deformovaného lana v nejnižší poloze 2 při pádu brzděném natahujícím se pružným lanem. Nulovou hladinu polohové energie v tíhovém poli země volíme v poloze 2. V obou polohách je kinetická energie kaskadéra nulová.

Tedy platí:

$$E_1 = E_2$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$mgh = \frac{kx^2}{2}$$

Z geometrie obou poloh vyplývá vztah $h = l + x$, jehož dosazením do předchozí rovnice dostaneme kvadratickou rovnici pro prodloužení lana x při deformaci v poloze 2.

$$kx^2 - 2mgx - 2mgl = 0$$

Podmínka pro neznámé prodloužení x je

$$x > 0$$

Obecně můžeme řešení vyjádřit ve tvaru

$$x_{1,2} = \frac{mg \pm \sqrt{m^2 g^2 + 2mgkl}}{k}$$

Číselně vychází při dosazení $g = 9,81 \text{ ms}^{-2}$

$$x_1 = 54,7\text{m} \quad x_2 = -19,4\text{m}$$

Záporné řešení nesplňuje podmínku pro prodloužení a nemá fyzikální smysl, protože lano se nemůže při kmitu směrem vzhůru zkracovat.

Tedy maximální prodloužení lana je $x = 54,7\text{m}$ a výška mostu

$$h = l + x = 30\text{m} + 54,7\text{m} = 84,7\text{m}.$$

2.2 Příklad 2

Odpor termistoru v digitálním teploměru s měřícím rozsahem $t \in \langle 0^\circ\text{C}; 100^\circ\text{C} \rangle$ je funkcí termodynamické teploty čidla T v kelvinech podle vztahu

$$R = R_B \cdot e^{\frac{B}{T}}$$

kde B a R_B jsou konstanty pro daný polovodičový materiál. Při teplotě 25°C jsme naměřili odpor termistoru 100Ω a při teplotě 25°C odpor 40Ω . Vypočítejte :

- konstanty B a R_B
- odpor termistoru při teplotě 100°C
- teplotu ve $^\circ\text{C}$, při které má termistor odpor 50Ω

Řešení:

Využijeme funkční předpis a matematického vztahu $\ln(e^x) = x$.

$$R_0 = R_B \cdot e^{\frac{B}{T_0}} \quad T_0 = 273,15\text{K}$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$R_{25} = R_B \cdot e^{\frac{B}{T_2}} \quad T_2 = 298,15K$$

$$R_{100} = R_B \cdot e^{\frac{B}{T_3}} \quad T_3 = 373,15K$$

$$R = R_B \cdot e^{\frac{B}{T}} \quad T \in (273,15K; 373,15K) \quad t = T - 273,15$$

Vydělením první a druhé rovnice dostaneme

$$\frac{R_0}{R_{25}} = e^x \quad \text{kde } x = \frac{B \cdot (T_2 - T_1)}{T_2 \cdot T_1}$$

Řešením této exponenciální rovnice logaritmováním obou stran rovnice přirozeným logaritmem podle výše uvedeného matematického vztahu dostaneme

$$x = \ln\left(\frac{R_0}{R_{25}}\right)$$

$$B = \frac{T_2 \cdot T_1}{T_2 - T_1} \cdot \ln\left(\frac{R_0}{R_{25}}\right)$$

Číselně vychází $B = 2985K$.

Užitím B z první rovnice vyjádříme pomocí vztahu $\frac{1}{e^x} = e^{-x}$

$$R_B = \frac{R_0}{e^{\frac{B}{T_1}}} = R_0 \cdot e^{\frac{-B}{T_1}}$$

Číselně vychází $R_B = 1,795 \cdot 10^{-3} \Omega$.

Dosazením B a R_B do třetí rovnice vypočítáme $R_{100} = 5,3 \Omega$.

Z funkčního předpisu vyjádříme

$$\frac{R}{R_B} = e^x \quad \text{kde } x = \frac{B}{T}$$

Řešením této exponenciální rovnice dostáváme

$$x = \ln\left(\frac{R}{R_B}\right)$$

$$T = \frac{B}{\ln\left(\frac{R}{R_B}\right)}$$

$$t = \frac{B}{\ln\left(\frac{R}{R_P}\right)} - 273,15$$

Číselně pro $R=50\Omega$ dostaneme $t = 18,5^\circ\text{C}$.

2.3 Příklad 3

Za jakou dobu t od počátku pádu se kaskadér v příkladu 1 dostane do nejnižší polohy, jestliže opět v tomto časovém intervalu zanedbáme odpor vzduchu?

Řešení:

Pád můžeme rozdělit na 2 úseky – volný pád na dráze $l = 30\text{m}$ než se napne lano za dobu t_1 a na něj navazující část netlumeného kmitu na dráze $x_1 = 54,7\text{m}$ za dobu t_2 . Celková doba pádu $t = t_1 + t_2$.

Ze vztahu pro dráhu volného pádu dostaneme

$$l = \frac{gt_1^2}{2}$$

$$t_1 = \sqrt{\frac{2l}{g}} = 2,47\text{s}$$

Těsně před napnutím lana má okamžitou rychlost $v_1 = gt_1 = 24,26\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Kmity kaskadéra se díky odporu vzduchu nakonec utlumí, a zůstane v klidu viset v rovnovážné poloze s prodloužením lana x_0 . V této poloze je tíhová síla svisle dolů v rovnováze se silou pružiny svisle vzhůru. Z toho odvodíme velikost x_0 .

$$F_G = F_P$$

$$mg = kx_0$$

$$x_0 = \frac{mg}{k} = 17,7\text{m}$$

V této rovnovážné poloze je okamžitá výchylka y z této polohy při kmitání nulová. Pokud orientujeme osu y svisle vzhůru, můžeme okamžitou výchylku y v čase t od začátku kmitu vyjádřit $y = x_0 - x$, kde x je okamžité prodloužení v čase t .

Považujeme-li část kmitu z polohy $x = 0$ do polohy $x = x_1 = 54,7\text{m}$ za netlumený kmit přes rovnovážnou polohu $x = x_0 = 17,7\text{m}$, potom jeho amplituda výchylky je $y_m = x_1 - x_0 = 37\text{m}$.

Perioda netlumeného kmitu je

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}} = 8,43s$$

a úhlová frekvence netlumených kmitů $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\sqrt{6}}{3} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$.

Počáteční výchylka kmitajícího kaskadéra v čase $t = 0$ je $y_0 = x_0 = 17,7m$ a počáteční rychlost kmitání $v_0 = -v_1 = -24,26m \cdot s^{-1}$ (v_0 má opačný směr než osa y , a proto je záporná!).

Amplituda rychlosti $v_m = \omega y_m = 27,58m \cdot s^{-1}$.

Pro okamžitou výchylku y a okamžitou rychlost v kaskadéra při netlumeném kmitání platí tyto vztahy v závislosti na čase t :

$$y = y_m \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$v = v_m \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$$

Dosažením $t = 0$ a počátečních podmínek kmitu y_0 a v_0 dostaneme soustavu goniometrických rovnic pro počáteční fázi kmitu φ_0 .

$$\sin\varphi_0 = \frac{y_0}{y_m} = 0,4784 \quad \cos\varphi_0 = \frac{v_0}{v_m} = -0,8796$$

Řešení této soustavy leží v intervalu $(\frac{\pi}{2}; \pi)$ a je rovno přibližně $\varphi_0 = 2,64 \text{ rad}$.

Nyní již můžeme počítat dobu kmitu t_2 od okamžiku $t = 0$ do nejnižší polohy, kde $y = -y_m = -37m$ a $v = 0$. Pro tyto hodnoty okamžité výchylky a rychlosti dostáváme soustavu goniometrických rovnic s neznámou t a t_2 je nejmenší kladné řešení libovolné z těchto rovnic. Pro jednodušší výpočet si vybereme okamžitou rychlost, která je nulová v nejnižší poloze. Proto platí:

$$\cos(\omega t + \varphi_0) = 0$$

$$\omega t + \varphi_0 = \frac{\pi}{2} + k\pi \quad k \in \mathbb{Z}$$

Nejmenší kladné řešení dostaneme pro $k = 1$:

$$\omega t_2 + \varphi_0 = \frac{3\pi}{2}$$

$$t_2 = \frac{3\pi - 2\varphi_0}{2\omega} = 2,78s$$

Celková doba pádu do nejnižšího bodu je $t = t_1 + t_2 = 2,47s + 2,78s = 5,25s$.

3 Závěr

Ve třech příkladech bylo ukázáno využití matematického řešení kvadratických, exponenciálních a goniometrických rovnic ve fyzikálních úlohách.

4 Použitá literatura

ŠEDIVÝ, P.: Teplotní závislosti fyzikálních veličin, knihovnička FO, studijní text

5 Kontakt na autora

Mgr. Petr Mazanec
Gymnázium Plzeň, Mikulášské nám. 23
pmazanec@mikulasske.cz

VYUŽITÍ MATEMATIKY VE FYZICE 3

Petr MAZANEC

1 Úvod

Na třech úlohách z klasické termodynamiky bylo ukázáno využití základních zákonů termodynamiky a matematické řešení těchto úloh.

2 Stat'

2.1 Příklad 1 – teplotní roztažnost

Dilatometr, na kterém je vyznačen objem $V_1 = 100 \text{ cm}^3$ a vztažná teplota $t_1 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$, je vyroben ze skla SIMAX, jehož teplotní součinitel délkové roztažnosti je $\alpha_s = 3,7 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$. Při teplotě $t_2 = 26 \text{ }^\circ\text{C}$ byl naplněn měřenou kapalinou a na stupnici kapiláry byl odečten objem $V_{k2} = 0,3 \text{ cm}^3$. Po zvětšení teploty na $t_3 = 61 \text{ }^\circ\text{C}$ byl na stupnici kapiláry odečten objem $V_{k3} = 5,6 \text{ cm}^3$. Určete teplotní součinitel objemové roztažnosti měřené kapaliny β .

Řešení:

Teplotní součinitel objemové roztažnosti skla je $\beta_s = 3\alpha_s = 11,1 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$.

$$V = (V_1 + V_k)[1 + \beta_s(t - t_1)] \quad (1)$$

Podle vzorce (1) vypočítáme objemy kapaliny při teplotách t_2 a t_3 :

$$V_2 = 100,30668 \text{ cm}^3, \quad V_3 = 105,64806 \text{ cm}^3.$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Platí:

$$V_2 = V_1 [1 + \beta(t_2 - t_1)], \quad V_3 = V_1 [1 + \beta(t_3 - t_1)],$$

kde V_1 je objem měřené kapaliny při teplotě t_1 . Úpravou dostaneme:

$$\beta = \frac{V_3 - V_2}{V_2 \cdot (t_3 - t_1) - V_3 \cdot (t_2 - t_1)} = 1,54 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$$

Zjednodušené řešení:

Zanedbáme-li teplotní roztažnost samotné kapiláry, můžeme napsat

$$V_k = V_{k3} - V_{k2} = V_1 \beta \Delta t - V_1 \beta_s \Delta t = V_1 (\beta - \beta_s) (t_3 - t_2) \approx V_1 \beta (t_3 - t_2)$$

$$\beta \approx \frac{V_{k3} - V_{k2}}{V_1 \cdot (t_3 - t_2)} = 1,51 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$$

Oba výsledky se v mezích přesnosti měření shodují. Měřená kapalina má teplotní součinitel objemové roztažnosti $\beta \approx 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$.

2.2 Příklad 2 – ohřívání ledu s vodou

V zimě nabral turista do rychlovarné konvice vodu s ledem o teplotě $0 \text{ }^\circ\text{C}$, vody bylo 900 g, ledu 600 g. Za jak dlouho se bude voda vařit při středním výkonu konvice 2,0 kW a účinnosti 85 % ?

Řešení:

Hmotnost vody $m_1 = 0,90 \text{ kg}$, hmotnost ledu $m_2 = 0,60 \text{ kg}$, teplota $t_1 = t_2 = 0 \text{ }^\circ\text{C}$, výsledná teplota $t = 100 \text{ }^\circ\text{C}$. Měrná tepelná kapacita vody $c = 4200 \text{ J/kg} \cdot \text{ }^\circ\text{C}$, měrné skupenské teplo tání ledu $lt = 332 \text{ kJ/kg}$, $P = 2,0 \text{ kW}$, účinnost $\eta = 85 \%$, hledaná doba je τ .

Teplo na roztátí ledu $Q_2 = m_2 \cdot lt$, teplo na ohřátí vody $Q_1 = (m_1 + m_2) \cdot c \cdot (t - t_1)$.

$Q = P \cdot \eta \cdot \tau$ je teplo dodané konvicí za dobu τ .

Sestavíme kalorimetrickou rovnici pro tepelnou výměnu:

$$Q = Q_1 + Q_2$$

$$P \cdot \eta \cdot \tau = m_2 \cdot lt + (m_1 + m_2) \cdot c \cdot (t - t_1).$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Odtud pak dostaneme

$$\tau = \frac{m_2 \cdot l_t + (m_1 + m_2) \cdot c \cdot (t - t_1)}{P \cdot \eta} = 488 \text{ s} = 8,1 \text{ min}$$

Voda se bude vařit asi za 8 minut.

2.3 Příklad 3 – klasický aerostat

Navrhněte balón kulového tvaru plněný heliem (klasický aerostat), který má sloužit k výstupu do výšky $h = 1\,500 \text{ m}$. Předpokládaná hmotnost konstrukce balónu (bez plynové náplně) a zátěže je $m_b = 1\,200 \text{ kg}$. Balón bude mít ve spodní části otvor, který umožní vyrovnávání tlaku s okolním atmosférickým tlakem (jinak by mohl aerostat po výstupu působením přetlaku prasknout). Pro zjednodušení předpokládejte, že teplota vzduchu $t_0 = 20,0 \text{ °C}$ se s výškou nemění a tlak se mění podle barometrické rovnice z počáteční hodnoty $p_{a0} = 1,01 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ na hodnotu $p_a = 0,85 \cdot 10^5 \text{ Pa}$.

a) Určete potřebný objem V balónu, jeho poloměr r a hmotnost $m_{\text{He}0}$ heliové náplně pro výšku $h_0 = 0 \text{ m}$.

b) Jaký bude relativní úbytek hmotnosti helia po výstupu do výšky h , jestliže ve výšce $h_0 = 0 \text{ m}$ byl celý objem V balónu vyplněn heliem o tlaku $p_{a0} = 1,01 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ a teplotě $t_0 = 20 \text{ °C}$ okolního vzduchu?

Při řešení předpokládejte, že termodynamické děje, při nichž se bude rovno měrně vyrovnávat tlak helia s tlakem okolního vzduchu, probíhají dostatečně pomalu, a že přitom nebude do balónu vnikat vzduch. Molární hmotnost vzduchu $M_m = 28,96 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$, molární hmotnost helia $M'_m = 4,003 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$. Předpokládejte konstantní tíhové zrychlení $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. Molární plynová konstanta $R = 8,314 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

Řešení:

a) Ve výšce h musí nastat rovnováha tíhových sil se vztlakovou silou.

Označíme-li m_v hmotnost vzduchu vytlačeného balónem o objemu V ve výšce h a m_{He} hmotnost heliové náplně v této výšce, musí z rovnováhy sil a podle Archimédova zákona platit

$$F_{vz} - F_{g\text{He}} - F_{gb} = 0$$

$$(m_v - m_{\text{He}} - m_b)g = 0$$

$$m_b = m_v - m_{\text{He}}$$

Hmotnosti plynů ve výšce h určíme užitím stavové rovnice:

$$m_v = \frac{p_a \cdot V \cdot M_m}{R \cdot T_0}$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$m_{He} = \frac{p_a \cdot V \cdot M'_m}{R \cdot T_0}$$

$$T_0 = t_0 + 273,15 = 293,15 \text{ K}$$

Pak z podmínky rovnováhy sil vychází

$$m_b = \frac{V \cdot (M_m - M'_m) \cdot p_a}{R \cdot T_0}$$

neboli potřebný objem balonu je

$$V = \frac{m_b \cdot R \cdot T_0}{(M_m - M'_m) \cdot p_a} = 1380 \text{ m}^3$$

a jeho poloměr je

$$r = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot V}{4\pi}} = 6,91 \text{ m.}$$

Hmotnost helia ve výšce $h_0 = 0 \text{ m}$ je dána stavovou rovnicí pro vypočtený objem V :

$$m_{He0} = \frac{p_{a0} \cdot V \cdot M'_m}{R \cdot T_0} = 229 \text{ kg.}$$

b) Úbytek hmotnosti helia ve výšce h bude úměrný úbytku tlaku:

$$\Delta m_{He} = m_{He} - m_{He0} = \frac{V \cdot M'_m \cdot (p_a - p_{a0})}{R}$$

Relativní úbytek hmotnosti helia je

$$\frac{\Delta m_{He}}{m_{He0}} = \frac{p_a - p_{a0}}{p_{a0}} \approx -0,158 = -15,8 \%$$

3 Závěr

Ve třech úlohách bylo ukázáno využití zákonů termodynamiky při kvantitativním popisu fyzikálních dějů v látkách všech skupenství (teplotní roztažnost kapalin a pevných látek, tlak plynu) a při skupenských přeměnách a změnách teploty při tepelné výměně.

4 Použitá literatura

ŠEDIVÝ P. Teplotní závislosti fyzikálních veličin, knihovnička FO, studijní text

VYBÍRAL B. Mechanika ideálních plynů, knihovnička FO, studijní text

5 Kontakt na autora

Mgr. Petr Mazanec

Gymnázium Plzeň, Mikulášské nám. 23

pmazanec@mikulasske.cz

VYUŽITÍ MATEMATIKY VE FYZICE 4

Petr MAZANEC

1 Úvod

V přednášce byla ukázána na 2 fyzikálních úlohách souvislost součtu nekonečné řady a určitého integrálu.

2 Stat'

2.1 Příklad 1

Závislost okamžité rychlosti rovnoměrně zrychleného pohybu na čase je lineární funkcí

$$v = v_0 + at$$

V čase $t = 0$ jsou počáteční podmínky $v = v_0$ a $s = 0$.

Odvoďte funkční závislost dráhy s na čase t .

Řešení:

a) Součtem nekonečné řady

Časový interval

$(0; t)$ rozdělíme na n intervalů o délce $\Delta t = \frac{t}{n}$ ($n \in \mathbb{N}$).

Pokud je n dostatečně velké přirozené číslo ($n \rightarrow \infty$), pak můžeme předpokládat že v těchto krátkých intervalech se rychlost téměř nezmění. Označme k pořadí intervalu od začátku pohybu ($k \in \{1, 2, 3, \dots, n\}$).

Určíme rychlosti v_k a dráhy $s_k = v_k \cdot \Delta t$ v těchto intervalech.

$$k = 1 \quad t = \Delta t \quad v_1 = v_0 + a\Delta t \quad s_1 = v_1 \cdot \Delta t$$

$$k = 2 \quad t = 2\Delta t \quad v_2 = v_0 + 2a\Delta t \quad s_2 = v_2 \cdot \Delta t$$

$$k = k \quad t = k\Delta t \quad v_k = v_0 + ka\Delta t \quad s_k = v_k \cdot \Delta t$$

⋮
⋮
⋮

$$k = n \quad t = n\Delta t \quad v_n = v_0 + na\Delta t \quad s_n = v_n \cdot \Delta t$$

Celkovou dráhu $s(n)$ v intervalu **$(0; t)$ pro zvolené dělení n intervalu vypočteme**

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$s(n) = s_1 + s_2 + \dots + s_k + \dots + s_n = \sum_{k=1}^n s_k = \Delta t \cdot \sum_{k=1}^n v_k$$

$$\sum_{k=1}^n v_k = \sum_{k=1}^n (v_0 + k a \Delta t) = \sum_{k=1}^n v_0 + a \Delta t \cdot \sum_{k=1}^n k = n v_0 + a \Delta t \cdot \frac{n(n+1)}{2}$$

Při výpočtu předchozího součtu jsme využili známý vzorec pro součet přirozených čísel od 1 do n :

$$\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$$

Z výše odvozených vztahů plyne:

$$s(n) = n v_0 \Delta t + a (\Delta t)^2 \cdot \frac{n(n+1)}{2}$$

Po dosazení za $\Delta t = \frac{t}{n}$ a úpravě dostaneme

$$s(n) = v_0 t + a t^2 \cdot \frac{n+1}{2n}$$

Výsledek bude tím přesnější, čím bude číslo n větší (v limitě se musí blížit k ∞).

Tedy celková dráha $s = \lim_{n \rightarrow \infty} s(n) = v_0 t + a t^2 \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{2n} = v_0 t + a t^2 \cdot \frac{1}{2}$

Matematicky jsme provedli součet nekonečné řady pomocí limity poslounosti

$$f(n) = \frac{n+1}{2n} = \frac{1 + \frac{1}{n}}{2}$$

Z předchozí úpravy a z toho, že $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$ vyplývá, že $\lim_{n \rightarrow \infty} f(n) = \frac{1}{2}$.

Závěr: $s = v_0 t + \frac{a t^2}{2}$

Tato úvaha o součtu nekonečných řad velmi malých kladných čísel blížících se k nule dovedla Isaaca Newtona k objevu integrálního počtu.

b) Pomocí určitého integrálu

V zápise určitého integrálu je $dt = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \Delta t$. Určitý integrál funkce $v(t)$ v mezích od 0 do t (v intervalu $(0; t)$) je roven součtu nekonečné řady v řešení a).

$$s = \int_0^t v \cdot dt = \int_0^t (v_0 + at) \cdot dt = v_0 \cdot \int_0^t dt + a \cdot \int_0^t t \cdot dt = v_0 \cdot [t]_0^t + a \cdot \left[\frac{t^2}{2} \right]_0^t$$

$$\text{Závěr: } s = v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

Využili jsme pravidla a vzorce pro výpočet určitého integrálu, při jejichž znalosti velmi rychle dojdeme ke stejnému výsledku.

2.2 Příklad 2

Tenká tyč o hmotnosti m a délce l leží na ose x s levým krajním bodem v počátku soustavy souřadnic a začne se otáčet kolem osy z úhlovou rychlostí ω tak, že je stále kolmá na osu z (z je pevná osa otáčení a počátek je pevný bod tyče při otáčení). Určete kinetickou energii tyče při otáčení.

a) Součtem nekonečné řady

Délkový interval tyče $x \in (0; l)$ rozdělíme na n intervalů o délce $\Delta x = \frac{l}{n}$ ($n \in \mathbb{N}$).

Pokud je n dostatečně velké přirozené číslo ($n \rightarrow \infty$), pak můžeme předpokládat že jsme tyč rozdělili na n hmotných bodů o stejné hmotnosti $\Delta m = \frac{m}{n}$. Označme k pořadí hmotného bodu od počátku soustavy souřadnic ($k \in \{1, 2, 3, \dots, n\}$).

Určíme rychlosti v_k a poloměry otáčení r_k a kinetické energie E_k těchto hmotných bodů.

$$k = 1 \quad r_1 = \Delta x \quad v_1 = r_1 \omega \quad E_1 = \frac{\Delta m v_1^2}{2}$$

$$k = 2 \quad r_2 = 2\Delta x \quad v_2 = r_2 \omega \quad E_2 = \frac{\Delta m v_2^2}{2}$$

$$k = k \quad r_k = k\Delta x \quad v_k = r_k \omega \quad E_k = \frac{\Delta m v_k^2}{2}$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$k = n \quad r_n = n\Delta x \quad v_n = r_n\omega \quad E_n = \frac{\Delta m v_n^2}{2}$$

Celkovou kinetickou energii $E(n)$ tyče vypočteme jako součet

$$E(n) = \sum_{k=1}^n E_k = \frac{\Delta m}{2} \cdot \sum_{k=1}^n v_k^2 = \frac{\Delta m \omega^2}{2} \cdot \sum_{k=1}^n r_k^2 = \frac{\Delta m \omega^2 \cdot (\Delta x)^2}{2} \cdot \sum_{k=1}^n k^2$$

Pro součet druhých mocnin přirozených čísel od 1 do n platí vzorec

$$\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Užitím vzorce dostaneme

$$E(n) = \frac{\Delta m \omega^2 \cdot (\Delta x)^2 \cdot n(n+1)(2n+1)}{12}$$

Po dosazení za Δm a Δx z výše uvedených vztahů dostaneme po úpravě:

$$E(n) = \frac{m\omega^2 l^2}{12} \cdot \frac{(n+1)(2n+1)}{n^2}$$

Výsledek bude tím přesnějším, čím bude číslo n větší (v limitě se musí blížit k ∞).

Tedy celková kinetická energie $E = \lim_{n \rightarrow \infty} E(n) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{m\omega^2 l^2}{12} \cdot \frac{(n+1)(2n+1)}{n^2}$

$$E = \frac{m\omega^2 l^2}{12} \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)(2n+1)}{n^2} = \frac{m\omega^2 l^2}{12} \cdot 2 = \frac{m\omega^2 l^2}{6}$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)(2n+1)}{n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right) \left(2 + \frac{1}{n}\right) = (1+0)(2+0) = 2$$

$$\text{Závěr: } E = \frac{m\omega^2 l^2}{6}$$

b) Pomocí určitého integrálu

Poloměr otáčení hmotného bodu o hmotnosti $dm = \lim_{\Delta m \rightarrow 0} \Delta m$ a délce

$dx = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta x$ v poloze o souřadnici x je $r = x$. Jeho rychlost $v = r\omega = x\omega$.

Diferenciál hmotnosti můžeme vyjádřit vztahem $dm = \frac{m}{l} \cdot dx$ pomocí diferenciálu délky.

Diferenciál kinetické energie $dE = \lim_{\Delta E \rightarrow 0} \Delta E$ můžeme vyjádřit pomocí diferenciálu hmotnosti:

$$dE = \frac{dm \cdot v^2}{2}$$

Po dosazení výše uvedených vztahů a úpravě dostaneme vztah mezi diferenciály dE a dx .

$$dE = \frac{m\omega^2}{2l} \cdot x^2 \cdot dx$$

Určitý integrál diferenciálu dE v mezích od 0 do l (v intervalu $x \in \{0; l\}$) je roven součtu nekonečné řady v řešení a), a tedy celkové kinetické energii tyče.

$$E = \int_0^l dE = \frac{m\omega^2}{2l} \cdot \int_0^l x^2 \cdot dx = \frac{m\omega^2}{2l} \cdot \left[\frac{x^3}{3}\right]_0^l = \frac{m\omega^2}{2l} \cdot \frac{l^3}{3} = \frac{m\omega^2 l^2}{6}$$

Opět jsme velmi rychle došli ke správnému výsledku pomocí určitého integrálu.

3 Závěr

Bylo provedeno řešení dvou fyzikálních úloh, na kterých byl ilustrován určitý integrál jako součet konvergentní nekonečné řady, pomocí kterého je definován v matematické analýze.

4 Použitá literatura

Časopis Kvant, číslo 10, ročník 1983

Středisko služeb školám, Plzeň, Částkova 78
Podpora talentovaných žáků v Plzeňském kraji
CZ.1.07/1.2.03/02.0001

Tento projekt je v letech 2012-14 financován z rozpočtu Plzeňského kraje

5 Kontakt na autora

Mgr. Petr Mazanec
Gymnázium Plzeň, Mikulášské nám. 23
pmazanec@mikulasske.cz

VYUŽITÍ MATEMATIKY VE FYZICE 5, 6

Petr MAZANEC

1 Úvod

V přednášce bylo ukázáno řešení úloh z minulých ročníků fyzikální olympiády.

2 Stat'

2.1 Příklad 1 (51.ročník FO kategorie A – školní kolo)

Automobil (za jízdy po přímé trati)

Automobil má motor s maximálním výkonu $P_m = 95$ kW a jeho hmotnost s jednou osobou je $m = 1\ 000$ kg. K uvedení do pohybu odbrzděného automobilu se zařazeným neutrálem na vodorovné silnici musel přivolaný pomocník vyvinout ve vodorovném směru sílu o velikosti $F_0 = 120$ N. Předpokládejte, že velikost odporové síly je popsána funkcí

$$F_t = Av^2 + F_0,$$

kde A je konstanta a v je velikost okamžité rychlosti.

- Řidič provedl experiment: vyjel na vrchol kopce, z něhož se přímočará vozovka svažuje pod stálým úhlem $\alpha = 4,0^\circ$. Automobil po rozjezdu z kopce dosáhl stálé rychlosti $v_1 = 72$ km/h. Určete konstantu A .
- Jaký musí být výkon P_1 motoru, aby se automobil pohyboval stálou rychlostí $v_1 = 72$ km/h po vodorovné vozovce?
- Při jízdě stálou rychlostí musí motor pracovat se stálým výkonem. Sestrojte graf závislosti výkonu P motoru na rychlosti v a určete maximální rychlost v_m při výkonu P_m .

Řešení:

- Auto jelo rovnoměrně přímočaře stálou rychlostí z kopce dolů, protože složka tíhové síly $F = mgs \sin \alpha$ je v rovnováze s odporovou silou F_t .

$$F = F_t$$

Středisko služeb školám, Plzeň, Částkova 78
Podpora talentovaných žáků v Plzeňském kraji
CZ.1.07/1.2.03/02.0001

Tento projekt je v letech 2012-14 financován z rozpočtu Plzeňského kraje

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$mgsin \alpha = Av_1^2 + F_0$$

$$A = \frac{mgsin \alpha - F_0}{v_1^2} = 1,41 kg \cdot m^{-1}$$

b) Okamžitý výkon $P_1 = F_t v_1 = (Av_1^2 + F_0) \cdot v_1 = v_1 mgsin \alpha = 14 kW$

c) Výkon motoru $P = F_t v = (Av^2 + F_0) \cdot v = Av^3 + F_0 v$

je kubickou funkcí rychlosti v .

Pomocí grafu funkce a její tabulky můžeme numericky zjistit, že

$$P = P_m = 95 kW$$

při maximální rychlosti $v = v_m = 40 m \cdot s^{-1} = 144 km \cdot h^{-1}$.

2.2 Příklad 2 (51.ročník FO kategorie B – školní kolo)

Pohyby v planetární soustavě

O planetě Mars zjistili astronomové na základě měření z povrchu Země, že siderická doba oběhu Marsu je $T_M = 1,881$ roku. V úloze vystačíme při řešení problémů s modelem, v němž se obě planety pohybují po kružnicích, jejichž střed splývá se středem Slunce.

a) Určete poloměr kružnice, po níž se pohybuje střed Marsu, a rychlost pohybu středů obou planet při jejich pohybu kolem středu Slunce.

b) Z údajů o pohybu Marsu kolem Slunce určete hmotnost Slunce.

c) Jestliže se středy Slunce, Země a Marsu dostanou přibližně do téže polopřímky, pak právě o půlnoci začneme naše pozorování. Za jak dlouho se tato situace bude opakovat? Tato doba se nazývá synodická oběžná doba.

Řešení:

a) Podle 3. Keplerova zákona platí

$$\left(\frac{r_m}{r_z}\right)^3 = \left(\frac{T_m}{T_z}\right)^2$$

$$r_m = r_z \cdot \left(\frac{T_m}{T_z}\right)^{\frac{2}{3}} = 1,524 AU$$

$$v_m = \frac{2\pi r_m}{T_m} = 24,1 km \cdot s^{-1}$$

$$v_z = \frac{2\pi r_z}{T_z} = 29,8 km \cdot s^{-1}$$

Středisko služeb školám, Plzeň, Částkova 78
Podpora talentovaných žáků v Plzeňském kraji

CZ.1.07/1.2.03/02.0001

Tento projekt je v letech 2012-14 financován z rozpočtu Plzeňského kraje

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

b) Gravitační síla, kterou působí Slunce o hmotnosti M na Mars o hmotnosti m je silou dostředivou, která způsobuje pohyb Marsu po kružnici o poloměru $r = r_m$ **stálou rychlostí $v = v_m$.**

$$F_g = F_d$$

$$\frac{kmM}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$$

$$M = \frac{v^2 r}{k} = 1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$$

c) Synodická úhlová rychlost je rovna rozdílu úhlových rychlostí Země a Marsu při oběhu kolem Slunce. Synodická oběžná doba odpovídá této úhlové rychlosti a je to perioda dvou po sobě jdoucích opozic nebo konjunkcí Marsu a Země se Sluncem, kterou naměří pozorovatel na Zemi.

$$\omega_s = \omega_z - \omega_m$$

$$T_s = \frac{T_z \cdot T_m}{T_m - T_z} = 2,135 \text{ roku}$$

2.3 Příklad 3 (51.ročník FO kategorie C – školní kolo)

Macocha

Z okraje vyhlídkové plošiny Macochy vrhl chlapec svisle dolů kámen s počáteční rychlostí o velikosti $5,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Za dobu $5,20 \text{ s}$ od začátku vrhu byl slyšet dopad kamene na vodní hladinu. K vrhu došlo při teplotě vzduchu 20° C , při níž se zvuk ve vzduchu šíří rychlostí $343 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Určete

- výšku horního okraje propasti nad vodní hladinou a dobu od začátku vrhu, za kterou dopadl kámen na vodní hladinu,
- velikost rychlosti, s jakou dopadl kámen do vody.

Odpor vzduchu zanedbejte.

Řešení:

Kámen při pádu s počáteční rychlostí v_0 padal do propasti po dobu t_1 **na dráze $s = h$ a při dopadu do vody měl rychlost v . Pro jeho dráhu a rychlost platí:**

$$v = v_0 + gt_1$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$s = h = v_0 t_1 + \frac{gt_1^2}{2}$$

Po nárazu kamene na hladinu vody se šíří vlny k chlapci rychlostí v_1 **rovnoměrně přímočaře po stejné dráze**

$$s = h = v_1 \cdot t_2$$

kde t_2 je doba pohybu zvukové vlny k chlapci.

Ze zadání plyne, že $t_1 + t_2 = t = 5,20s$.

Matematickým řešením výše uvedených rovnic (3 lineární a 1 kvadratická) vypočteme všechny neznámé veličiny:

$$t_1 = 4,80s \quad t_2 = 0,40s \quad h = 140m \quad v = 52m \cdot s^{-1} = 187km \cdot h^{-1}$$

3 Závěr

Bylo provedeno řešení tří fyzikálních úloh, zadaných v 51. ročníku této soutěže v kategoriích A, B a C ve školním kole.

4 Použitá literatura

Zadání školního kola FO v 51.ročníku této soutěže, www-stránky ÚV FO

5 Kontakt na autora

Mgr. Petr Mazanec
Gymnázium Plzeň, Mikulášské nám. 23
pmazanec@mikulasske.cz

SMARTPHONE, FYZIKÁLNÍ LABORATOŘ V KAPSE

Jan PLZÁK

1 Úvod

V přednášce se zabývám možnostmi využití „chytrého telefonu“ jako přístroje měřícího různé fyzikální veličiny.

Smartphone totiž obsahuje několik zajímavých a fyzikálně využitelných senzorů jako je například akcelerometr, světelný senzor, rotační senzor, magnetický senzor, reproduktor,

Středisko služeb školám, Plzeň, Částkova 78
Podpora talentovaných žáků v Plzeňském kraji
CZ.1.07/1.2.03/02.0001

Tento projekt je v letech 2012-14 financován z rozpočtu Plzeňského kraje

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

mikrofon a v neposlední řadě CCD čip. Smartphone tak lze využít k měření zrychlení, osvětlení, akustického tlaku, jako analyzátor zvukových frekvencí, jako snímač infračerveného spektra, generátor tónů nebo k vyhledávání vodičů či kovů.

Některá zařízení podporují i technologii NFC (Near Field Communication – bezkontaktní komunikace).

Přednáška je dělena do několika kapitol:

2 O čem to bude

Krátký přehled čím se budeme zabývat

3 Co vše lze se Smartphonem dělat

Možnosti využití „chytrého telefonu“ pro běžné i zcela nestandardní situace.

4 Pravidla stahování

Jak bezpečně stahovat aplikace do mobilu a na co si dát pozor

5 Zajímavé aplikace

Mezi zajímavé aplikace řadím: „Tahák do fyziky“, „Scientific Calculator“, „Periodická tabulka prvků“ a „Senzor kinetics“. Všechny uvedené aplikace lze zdarma stáhnout z Google Play.

6 Akcelerometr

6.1 Mobil na pružině

Možnosti snímání kmitů pomocí akcelerometru a následné zpracování na PC.

6.2 Mobil na provázku

Možnosti snímání kvyů pomocí akcelerometru a následné zpracování na PC.

7 Osvětlení

Teorie osvětlení a měření intenzity osvětlení na mobilu.

8 Spektrum světla a CCD čip

Rozsah spektrálního snímání CCD čipem a možnosti snímání infračerveného světla.

9 Zvuk

Teorie a snímání akustického tlaku pomocí mobilu, generování tónů v rozsahu 100 Hz až 20 kHz.

10 Závěr

Zhodnocení všestrannosti „chytrého telefonu“ a návrhy možných experimentů, které lze provádět bez další mnohdy drahé a neskladné měřicí aparatury.

11 Kontakt na autora

Mgr. Ing. Jan Plzák
KOF, FPE ZČU Plzeň
janplzak@kof.zcu.cz

STELLARIUM

Jiří Prchlík

1 Úvod

Program Stellarium je virtuální počítačové planetárium. Snahou programu je co nejvěrněji zobrazit hvězdnou oblohu a vše s ní spojené. Nejde jen o věrné grafické zobrazení, ale také o matematickou přesnost modelu. Kromě západu a východu Slunce, mihotání hvězd vlivem zemské atmosféry, světelného znečištění a dalších reálně vypadajících jevů můžeme například vypočítat aberaci hvězd, astrometrický posun hvězd, paralaxy planet a hvězd nebo vlivy zpoždění světla.

Možnosti programu Stellarium tak mohou posloužit nejen k prostému pozorování hvězd, ale také pomoci k pochopení některých fyzikálních jevů. Práce s programem může být o to zajímavější, když se pokusíme fyzikální jev pochopit prostřednictvím historického objevu. Objev dánského astronoma Oleho Rømera je pro tento účel velmi vhodný.

Program Stellarium je možné ovládat jak prostřednictvím uživatelského prostředí, tak s pomocí vnořeného programového kódu nazvaného skript (téměř shodného s populárním Java skriptem). Ten uživateli umožní provádět vnořené výpočty, sledovat vybrané události nebo zobrazovat aktuální hodnoty měřených veličin. Rømerův objev byl studentům představen prostřednictvím tohoto skriptu. Samotné demonstraci však předcházelo seznámení s metodou a historickými událostmi.

2 Rømerův objev konečné rychlosti světla

Asi každého fascinuje rychlost světla a její nesmírná velikost. Je to hranice, kterou nelze překonat. Lidstvo považovalo po tisíciletí rychlost světla za nekonečnou. Z tohoto tvrzení se stalo dogma a nikdo neuvažoval o tom, že by tomu mohlo být jinak. Kdo tedy první přišel před veřejnost s myšlenkou konečné rychlosti světla? Kdo poprvé dokázal, že rychlost světla je konečná? A nakonec, kdo byl tím, kdo první rychlost světla určil? Šlo ve všech případech o jedinou osobnost?

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

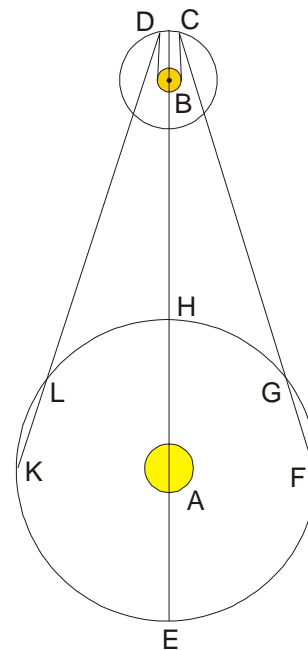
2.1 Stručný popis Rømerovy metody

S určením rychlosti světla se spojuje jméno Oleho Rømera. Jeho astronomická metoda vychází z pozorování zákrytů měsíců Jupitera. Na obrázku bod A znázorňuje Slunce, kružnice se středem v bodu A je oběžná dráha Země a B je Jupiter a kružnice se středem v bodu B je oběžná dráha Ió.

Pohled na obrázek je ze severního pólu sluneční soustavy, proto je směr pohybu Země a Ió proti směru hodinových ručiček. Zákryty, přesněji vstupy či výstupy, Ió ze stínu Jupitera nastávají periodicky. Během období, kdy se Země k Jupiteru přibližuje, jsou pozorovatelné pouze vstupy. Výstupy Ió ze stínu jsou zakryty kotoučem Jupitera. V případě, že se Země od Jupitera vzdaluje, jsou pozorovatelné pouze výstupy.

Když se Země pohybuje směrem k opozici (bod H), vstupy nastávají s předstihem, než je oběžná doba Ió, směrem ke konjunkci (bod E) se výstupy zpožďují. Správné vysvětlení je, že světlo buď Zemi dohání, nebo Země světlu předchází.

To je zřejmé u bodů L a K. Když v bodě L naměříme přesný čas výstupu Ió a to samé provedeme v bodě K, kam Země za nějaký čas dorazí, měli bychom z rozdílu těchto časů získat hodnotu, která je násobkem synodické periody Ió. Zjistíme ale, že získaný rozdíl je o něco delší. Přebytek by měl být roven času, který světlo potřebuje, aby urazilo vzdálenost mezi body L a K. Pro určení odchylky je tedy nezbytné znát přesnou synodickou periodu měsíce.



Největší rozdíl nastává mezi body H a E (2 AU), což je vzdálenost, kterou světlo urazí za 16m a 19s (platí pro střední vzdálenost Země od Slunce). Skutečná hodnota se mění v průběhu roku téměř přesně o ± 10 sekund. To je způsobeno excentrickou drahou Země.

2.2 Historické události

Hlavním zdrojem obchodů a bohatství byla v 17. století mořeplavba. Ačkoliv se vyznačovala mnoha nedostatky, její zásadní problém vězel v určení zeměpisné délky. Na severní polokouli mohli námořníci určit zeměpisnou šířku změřením výšky Polárky nad obzorem. Pro jižní polokouli ji pak určili pozorováním vybrané trojice hvězd. Ve dne byla šířka vypočítána z nejvyšší dosažené výšky Slunce, tedy výšky v pravé poledne, a známého sklonu zemské osy. Vzhledem k otáčení zemské osy však nebylo možné určit zeměpisnou délku pozorováním nebes. Velkým přínosem pro rozvoj vědy bylo založení Královské akademie věd (dnes Francouzská akademie věd), kterému v roce 1666 požehnal právě král Ludvík XIV. Byla postavena i Královská observatoř (dnes Pařížská observatoř), protože právě astronomie zaznamenala velké pokroky, a nabízela tak řešení již zmíněného problému.

O 56 let dříve, v prosinci roku 1610, učinil Galileo Galilei (1564–1642) sérii svých největších objevů. Stalo se tak, když otočil svůj vlastnoručně sestrojený dalekohled ke hvězdám. Jedním z jeho významných objevů byl objev 4 měsíců Jupitera. Od této chvíle

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

nepřetržitě prováděl astronomická pozorování a v květnu 1610 vydal knihu *Sidereus nuncius* (Hvězdný posel), kde zveřejnil první přibližné periody oběhů měsíců. Později, v roce 1638, ve své knize *Discorsi* uveřejnil první návrh experimentu měření rychlosti světla, který také s negativním výsledkem provedl. Jednalo se o subjektivní měření světelnými signály lucerny na kopcích vzdálených 1 míli. V té době už Galileo znal poměrně přesně periody oběhů Jupiterových měsíců a věděl také o jejich nepravidelnostech. Ačkoliv byl prvním, kdo přišel s myšlenkou měření rychlosti světla, nikdy neuvažoval o tom, že by odchylky v periodách měsíců mohly být způsobeny právě konečnou rychlostí světla.



Galileo Galilei

Roku 1672 přicestoval mladý Ole Rømer (1644–1710) do Francie, aby se připojil k astronomickým pozorováním na pařížské observatoři. Stal se tak svědkem prvního úspěšného měření vzdálenosti Země od Slunce, které provedl *Jean-Dominique Cassini* (1625–1712) spolu s *Jean-Felixem Picardem* (1620–1682) a *Jeanem Richerem* (1630–1696). Picard byl také první, kdo roku 1669 změřil průměr Země. Čtyři roky po příjezdu, v září 1676, předkládá Rømer svoji předpověď Královské akademii věd. V té očekává 9. listopadu zpoždění vnoření prvního měsíce ze stínu Jupitera o 10 minut. V listopadu dokazuje správnost své předpovědi (ve skutečnosti však nastalo vnoření měsíce o 12 minut déle) a předstupuje před Královskou akademii věd, aby vysvětlil, že zpoždění výstupu bylo zapříčiněno konečnou rychlostí světla. V prosinci také vychází v *Journal des Scavans* Rømerův článek *Demonstration touchant le mouvement de la lumiere*, který se stal historickým mezníkem pro přijetí teorie konečné rychlosti světla.



Ole Rømer



Christiaan Huygens

V červenci 1677 vyšel Rømerův článek i v Anglii. O velkém objevu se dozvěděl také Christiaan Huygens (1629–1695) v Holandsku. Huygens byl nejen vynikající fyzik, jenž byl zakladatelem vlnové (undulační) teorie světla, ale také špičkový konstruktér, který jako první sestavil funkční kyvadlové hodiny. Huygens byl sice prvním členem pařížské Královské akademie věd, ale vzhledem k válce mezi Francií a Holandskem musel odcestovat a zůstat ve své rodné zemi. Přišel tak o rozruch kolem Rømerova objevu. Již dříve Huygens zastával přesvědčení, že rychlost světla je konečná, proto ho objev zaujal. Zaslal tedy do Paříže dopis, ve kterém žádal Rømera o více informací. Huygens byl uspokojen Rømerovými argumenty a údaje, které z odpovědi obdržel, využil ve svém *Traité de Lumière* (Pojednání o světle). V tomto spise se, mimo jiné, snaží porovnat rychlost zvuku a světla. Po přepočtu z historických veličin, které Huygens použil, dostaneme jím vypočtenou hodnotu rychlosti světla

$$c > 232\,000 \text{ km/s.}$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Huygens použil znaménko relace, protože předpokládal, že skutečná rychlost světla bude ještě větší. To pravděpodobně předpokládal i Isaac Newton (1643–1727), když ve svém díle Principia napsal, že světlu trvá překonat vzdálenost Slunce–Země něco kolem 10 minut. Později v díle Opticks tuto hodnotu opravil na 7–8 minut. S největší pravděpodobností tak učinil kvůli Edmondu Halleymu (1656–1742), který z vlastních pozorování určil hodnotu na 8 a ½ minuty. To byla nejpřesnější hodnota do doby, než roku 1729 jiný Angličan James Bradley (1693–1762) učinil objev aberace světla. Nezávisle na Rømerově metodě tak určil dobu cesty světla Slunce–Země na 8 minut a 12 sekund. V té době už žádný učenec neměl důvod pochybovat o tom, že rychlost světla je konečná.

3 Závěr

Historická část textu vycházela z mého příspěvku do sborníku Mezinárodního semináře dějin fyziky (Prchlík 2007, s. 19-29). Z uvedených historických událostí vyplývá, že Ole Rømer rychlost světla nikdy nespočetl. První však dokázal, že rychlost světla je konečná.

Rømerova předpověď a dochované hodnoty měření velmi dobře souhlasí s výstupními hodnotami programu Stellarium. Počítačová demonstrace jeho metody tedy odpovídá historickým událostem.

Výsledkem skriptu nemusí být pouze frontální demonstrace jevu, při níž je student pouze pozorovatelem. Při řešení úloh může skript poskytnout studentovi běžně nedostupné informace, například zobrazením aktuální vzdálenosti vesmírných objektů nebo pravého slunečního času.

4 Vybraná použitá literatura

Prchlík, J. Ole Rømer a jeho metoda dokazující konečnou rychlost světla. XXIV. ZBORNÍK DEJÍN FYZIKY. vyd. Bratislava, 2007. ISBN 978-80-969508-2-9. s. 19-29.

Roemer O. DEMONSTRATION TOVCHANT LE mouvement de la lumiere trouvé par M. Römer de Royale dos Sciences. Journal des Scavans (1676) 233.

Wróblewski A. de Mora Luminis: A spectacle in two acts with a prologue and an epilogue. Am. J. Phys. 53, č. 7 (1985) 620.

Sobelová D. Osamělý génius. Alpress: Frýdek-Místek, 1997.

5 Kontakt na autora

Mgr. Jiří Prchlík
KMT, ZČU
prchlikji@gmail.com

NĚKTERÉ JEVY VLNOVÉ OPTIKY

Jitka PROKŠOVÁ

1 Úvodní poznámky

Úvodem se přednáška zabývá obecnými poznatky z vlnové optiky, vlastnostmi elektromagnetických vln a matematickým popisem ohybu světla na překážce.

2 Kategorizace vlnových jevů světla

Účastníci kempu (studenti SŠ různých ročníků) jsou seznámeni se situacemi z běžného života, kde se s polarizací, interferencí a ohybem světla mohou setkat. Jejich pohled na tuto problematiku ovlivňuje dosavadní výuka fyziky i vlastní zkušenosti.

Zmíněné situace jsou porovnávány např. s interferencí a ohybem zvukových vln, se kterými se v praxi setkávají studenti daleko častěji. Získají tedy představu o základních rozdílech mezi světelným a zvukovým vlněním.

2.1 Polarizace světla

Účastníci kempu získají přehled o způsobech získávání a o vlastnostech polarizovaného světla (odrazem, lomem, dvojlomem, interferencí, rozptylem atd.) Na několika demonstračních pokusech si ověří, jak polarizované světlo vzniká.

2.2 Interference světla

V této části přednášky se účastníci seznámí s principy skládání světla a s využitím interference v praxi – problematika protiodrazových vrstev, děličů světla a interferenčních filtrů.

2.3 Fresnelovy ohybové jevy

Do této skupiny řadíme jevy, které vyvolává průchod světla přes překážku ze zdroje v nekonečné vzdálenosti. Znamená to, že na štěrbinu, dvojštěrbinu nebo mřížku dopadá rovinná světelná vlna. Výsledkem podrobné analýzy je pak závislost intenzity světla na úhlu, pod kterým vzniká ohybový jev na stínítku. (1)

2.4 Fraunhoferovy ohybové jevy

Do druhé skupiny patří jevy, které vyvolává průchod světla přes překážku ze zdroje v konečné vzdálenosti. Znamená to, že na štěrbinu, kruhový otvor, hranu nebo další typy překážek dopadá kulová světelná vlna. Fresnelův přístup pak k podrobné analýze ohybových jevů vznikajících na stínítku využívá buď aritmetické skládání amplitud z jednotlivých zón kulové plochy, nebo grafickou možnost znázornění jednotlivých příspěvků vektory. (2)

2.3 Optická mřížka

Jako důležitý ohybový jev je v další části přednášky prozkoumán i ohyb na mřížce – jednak z experimentálního hlediska – účastníkům kempu jsou předvedeny ohybové jevy na různých typech šěrbin a na optické mřížce, jednak z teoretického rozboru, týkajícího se nalezení základních podmínek pro určení maxim světelné intenzity na stínítku. (1)

3 Rozlišovací schopnost optických přístrojů

Rozlišovací schopnost optických přístrojů přináší informaci o rozměrech nejmenších vnímatelných předmětů, tudíž poskytuje kritérium kvality přístroje. Následkem ohybových jevů se objektivem přístrojů nezobrazuje bod jako bod, ale jako ploška. V této části přednášky jsou proto diskutovány podmínky, které vedou k určení rozlišovacích mezí dalekohledu, mikroskopu a dalších optických přístrojů. (1)

4 Závěr

Cílem přednášky je seznámit účastníky s vlastnostmi a fyzikální podstatou světla jako elektromagnetického vlnění. Výklad doprovázejí konkrétní příklady a vybrané demonstrace polarizačních, interferenčních a ohybových jevů.

5 Použitá literatura

- (1) FUKA, B., HAVELKA, F. Optika a atomová fyzika I. Optika, SPN Praha 1961
- (2) MALÝ, P.: Optika, Nakladatelství Karolinum Praha 2008

6 Kontakt na autora

Jitka Prokšová, RNDr. Ph.D.
OF KMT FPE ZČU
proksovj@kmt.zcu.cz

ŘEŠENÍ VYBRANÝCH ÚLOH GEOMETRICKÉ OPTIKY

Jitka PROKŠOVÁ

1 Úvodní poznámky

Soubor příkladů, který slouží k procvičení složitějších situací z optického zobrazování, je uveden níže.

Výsledky řešení jsou vždy v závorce za příkladem.

Středisko služeb školám, Plzeň, Částkova 78
Podpora talentovaných žáků v Plzeňském kraji
CZ.1.07/1.2.03/02.0001

Tento projekt je v letech 2012-14 financován z rozpočtu Plzeňského kraje

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

2 Příklady na procvičení

1. Obraz předmětu umístěného před spojkou je vzpřímený a třikrát zvětšený. Vzdálenost mezi předmětem a obrazem je 40 cm. Určete ohniskovou vzdálenost čočky. (30 cm)
2. Vzdálenost mezi předmětem a stínítkem je 30 cm. Čočka umístěná mezi nimi dá ostrý obraz předmětu ve dvou polohách, jejichž vzdálenost je 10 cm. Určete Z obrazu v obou těchto polohách. (-2; -0,5)
3. Tenká ploskovypuklá čočka ($R = 10$ cm) z korunového skla o indexu lomu 1,5 má být kombinována v těsném spojení s ploskodutou tenkou čočkou z flintového skla o indexu lomu 1,75 tak, aby soustava působila jako spojka s optickou mohutností 0,5 dioptrie. Jaký má mít rozptylka poloměr křivosti? Jakou má optickou mohutnost každá z obou čoček?
 $(-\frac{1}{6}$ m, 5D, $-4\frac{1}{2}$ D)
4. Jak daleko je reálný předmět od spojky o ohniskové vzdálenosti 30 cm, když má od svého zdánlivého obrazu vzdálenost 40 cm? (20 cm)
5. Obraz předmětu je spojkou dvojnásobně zvětšen a je vzpřímený. Vzdálenost mezi předmětem a obrazem je 22,5 cm. Určete ohniskovou vzdálenost spojky. Ověřte konstrukcí (v měřítku). (45 cm)
6. Určete polohu obrazového ohniska tlusté čočky, víte-li, že obrazová ohnisková vzdálenost první kulové plochy je 15 mm, předmětová ohnisková druhé plochy je 25 mm a tloušťka čočky je 38 mm. (18,75 cm)
7. Optická soustava je tvořena spojkou o ohniskové vzdálenosti 30 cm a rovinným zrcadlem, které je umístěno 15 cm za čočkou. Předmět se nalézá 15 cm před čočkou. Určete polohu obrazu. Ověřte konstrukcí (v měřítku).
8. Pozorovatel si prohlíží určitý předmět postupně dvěma lupami. První lupa má menší ohniskovou vzdálenost než druhá. Kterou lupou vidí předmět pod větším zorným úhlem? Ověřte náčrtkem.
9. Dvě spojně čočky o ohniskových vzdálenostech 10 mm a 20 mm jsou umístěné ve vzdálenosti 120 mm. První čočka je použita jako objektiv a druhá jako okulár mikroskopu. Nalezněte jeho zvětšení. (112,5)

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

10. Dokažte, že nejmenší vzdálenost mezi předmětem a jeho skutečným obrazem je při zobrazování spojkou 4f.

3 Závěr

K řešení je možné užít zobrazovací rovnice tenké čočky a vrcholové rovnice kulových zrcadel – viz doporučená literatura.

4 Použitá literatura

FUKA, B., HAVELKA, F. Optika a atomová fyzika I. Optika, SPN Praha 1961

MALÝ, P.: Optika, Nakladatelství Karolinum Praha 2008

5 Kontakt na autora

Jitka Prokšová, RNDr. Ph.D.

OF KMT FPE ZČU v Plzni

proksovj@kmt.zcu.cz

ŘEŠENÍ ZAJÍMAVÝCH ÚLOH Z VLNOVÉ OPTIKY

Jitka PROKŠOVÁ

1 Úvodní poznámky

Soubor příkladů, který slouží k procvičení zajímavých situací z vlnové optiky, je uveden níže.

Výsledky řešení jsou vždy v závorce za příkladem.

2 Příklady na procvičení

1. Paprsek nepolarizovaného světla dopadá pod úhlem 45° na povrch skla o indexu lomu 1,65. Určete poměr $\frac{R_p}{R_s}$. (0,125)
2. Určete stupeň polarizace světla dopadajícího na sadu 10 skleněných destiček o indexu lomu 1,52: zanedbáte-li zpětné odrazy, b) s ohledem na zpětné odrazy v destičkách (93,6%; 65%)
3. Na skleněnou vrstvu o indexu lomu 1,7 dopadá ze vzduchu nepolarizovaná světelná vlna pod úhlem 72° . Určete, kolik % odraženého světla je polarizováno v rovině dopadu a kolmo k ní. (11%, 89%)

Středisko služeb školám, Plzeň, Částkova 78
Podpora talentovaných žáků v Plzeňském kraji
CZ.1.07/1.2.03/02.0001

Tento projekt je v letech 2012-14 financován z rozpočtu Plzeňského kraje

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

4. Index lomu kanadského balzámu je 1,53 a index lomu islandského vápence je pro “o“ 1,658 a pro “e“ 1,486. Který z paprsků se úplně odrazí ve vápenci na kanadském balzámu a za jakých podmínek? (o)
5. Při Youngově pokusu byla vzdálenost štěrbin od stínítka 50 cm. Jejich vzájemná vzdálenost byla 0,1 mm. Vypočtete, jak daleko se nachází 3. jasný proužek fialového světla od centrálního maxima. (6 mm)
6. Index lomu kanadského balzámu je 1,53 a index lomu islandského vápence je pro “o“ 1,658 a pro “e“ 1,486. Který z paprsků se úplně odrazí ve vápenci na kanadském balzámu a za jakých podmínek? (o)
7. Na olejovou skvrnu (tloušťky $0,2 \mu\text{m}$) na vodní hladině dopadá kolmo bílé světlo. Určete, jaká barva se nebude odrážet a která se odrazí nejvíce. Předpokládejte, že rychlost šíření světla v oleji je $2 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$. (max - modrá, min - žlutá)
8. Na optickou mřížku (100 vrypů na 1 mm) dopadá kolmo svazek bílého světla. Pomocí spojky ($f = 30 \text{ cm}$), kterou umístíme těsně za mřížku, se vytvoří na stínítku spektrum. V jaké vzdálenosti je od sebe červená a fialová barva ve spektru 2. řádu. (22–23 mm)
9. Stůl je osvětlen dvěma žárovkami, které jsou umístěny na závěsu ve vzájemné vzdálenosti 1 m a ve výšce 2 m nad rovinou stolu. Určete, jaké bude osvětlení v bodech pod zdroji světla, je-li svítivost každé žárovky 200 cd. (86 lx)
10. Ulice je široká 20 m a osvětlená lampami o 500 cd, zavěšenými ve výšce 4 m nad jejím středem. V jaké největší vzdálenosti mohou být dvě sousední lampy, aby osvětlení dlažby nekleslo pod 2 lx? (13m)

3 Závěr

K řešení je třeba užít základních zákonitostí vlnové optiky a fotometrie – viz doporučená literatura.

4 Použitá literatura

FUKA, B., HAVELKA, F. Optika a atomová fyzika I. Optika, SPN Praha 1961
MALÝ, P.: Optika, Nakladatelství Karolinum Praha 2008

5 Kontakt na autora

Jitka Prokšová, RNDr. Ph.D.
OF KMT FPE ZČU v Plzni
proksovj@kmt.zcu.cz

Středisko služeb školám, Plzeň, Částkova 78
Podpora talentovaných žáků v Plzeňském kraji
CZ.1.07/1.2.03/02.0001

Tento projekt je v letech 2012-14 financován z rozpočtu Plzeňského kraje

JAK POČÍTAT V ASTRONOMII? SEMILOGARITMICKÝ TVAR ČÍSEL VE FYZICE A ASTRONOMII

Miroslav RANDA

1 Úvod

V astronomických a fyzikálních výpočtech se může řešitel velmi často setkat s velkými, nebo naopak malými hodnotami veličin. Zápis takových čísel pomocí značného počtu nul je nepřehledný, a to i při zachování pravidla oddělování trojic cifer malými mezerami. Navíc zápis i přečtení takových čísel trvá relativně dlouho. S takovými čísly se velmi často řešitel fyzikální a astronomické olympiády setkává při řešení úloh z astronomie či mikrosvěta.

2 Semilogaritmický tvar čísel

Téma semilogaritmického tvaru čísel se běžně vyskytuje až na střední škole ve druhém až třetím ročníku. Je to z toho důvodu, že vychází z funkce logaritmus, jejíž zvládnutí je poměrně obtížné. Samotný princip semilogaritmického zápisu čísel je však srozumitelný i pro žáky základních škol a odpovídajících ročníků víceletých gymnázií a umožňuje s pomocí kalkulačky provádět i komplikované výpočty v oboru astronomie či fyziky mikrosvěta.

Počátek výkladu bude věnován semilogaritmickému zápisu čísel, která jsou násobkem deseti. Zde je totiž zápis jednoduchý, průhledný a srozumitelný. Poté přejdeme k celočíselným násobkům takových čísel. Dále následuje procvičení jednoduchých matematických operací (sčítání, odčítání, násobení a dělení) s takovými čísly a odvození pravidel pro násobení a dělení semilogaritmicky zapsaných čísel.

Obdobně si vyzkoušíme společně zápis čísel menších než jedna a matematických operací s takovými čísly jednak bez pomoci kalkulačky, jednak s jejím využitím. Právě v této části výuky bude spočívat těžiště, protože je důležité, aby si účastníci vyzkoušeli zadávání čísel v semilogaritmickém tvaru do své kalkulačky,

V závěru využijeme získané znalosti k řešení jednoduchých fyzikálních a astronomických úloh (například velikosti gravitační síly mezi dvěma hmotnými objekty, elektrické síly mezi dvěma elektrony a protony, ...).

3 Závěr

Zápis čísel v semilogaritmickém tvaru je velice účinným nástrojem pro fyzikální a astronomické výpočty v rámci FO a AO, ale i v rámci běžných výpočtů ve školách.

5 Kontakt na autora

RNDr. Miroslav Randa, Ph.D.
Západočeská univerzita v Plzni
randam@kmt.zcu.cz

NĚKTERÉ APLIKACE A ÚLOHY NA TÉMA COULOMBŮV ZÁKON

Miroslav RANDA

1 Úvod

Coulombův zákon je základním zákonem v oboru elektrostatiky. Stejně jako Newtonův gravitační zákon řeší silové působení dvou hmotných těles, Coulombův zákon řeší silové působení dvojice nabitých těles. Oba zákony jsou analogické i co do tvaru jejich matematického zápisu.

2 Vektory a jejich grafické sčítání

U sčítání vektorových veličin nestačí znát velikosti sčítaných vektorů; pro nalezení jejich výslednice je zapotřebí znát i směry jednotlivých sil. Grafické sčítání umožňuje najít výslednici grafickým postupem, kdy jednotlivé vektory pečlivě narýsujeme tak, aby se za sebou zřetězily, a pak spojíme počátek s koncem získaného „řetězu“, získáme tak výsledný vektor. Tento postup má ovšem své nevýhody, zejména jej nelze použít, když neznáme přesné velikosti vektorů.

3 Goniometrické funkce v úlohách na sčítání vektorových fyzikálních veličin

Pokud chceme sčítat vektory algebraicky, analyticky, je nevhodnější všechny vektory rozložit do dvou navzájem kolmých směrů (v prostoru do tří navzájem kolmých směrů) a sečíst souřadnice dílčích vektorů postupně v těchto osách. Tím získáme souřadnice výsledného vektoru. Pro rozklad vektorů a určení směru jejich výslednice s výhodou využíváme goniometrické funkce.

4 Coulombův zákon v úlohách

Sčítání vektorů je typické pro řešení úloh se silovým působením mezi více elektrickými náboji. Jde-li o bodové náboje, využíváme Coulombův zákon. Typickou úlohou na procvičení Coulombova zákona a algebraický součet nestejně velkých sil je hledání elektrického bodového náboje, který po umístění do středu pravidelného n -úhelníku způsobí, že všechny (stejně) náboje ve vrcholech pravidelného n -úhelníku budou v rovnovážných polohách. Řešení tohoto typu úloh (pro případ pravidelného šestiúhelníku a případně dalších pravidelných n -úhelníků) bude součástí lekce.

5 Použitá literatura

6 Kontakt na autora

RNDr. Miroslav Randa, Ph.D.
Západočeská univerzita v Plzni
randam@kmt.zcu.cz

Středisko služeb školám, Plzeň, Částkova 78
Podpora talentovaných žáků v Plzeňském kraji
CZ.1.07/1.2.03/02.0001

Tento projekt je v letech 2012-14 financován z rozpočtu Plzeňského kraje

NEWTONŮV ZÁKON. KEPLEROVY ZÁKONY

Miroslav RANDA

1 Úvod

Newtonův gravitační zákon formulovaný I. Newtonem v roce 1687 a Keplerovy zákony publikované Johannem Keplerm v letech 1609 a 1619, které jsou Newtonovu gravitačnímu zákonu ekvivalentní, jsou základními zákony, které popisují mechanický pohyb těles ve sluneční soustavě. Popisují ale také pohyby dvojhvězd a pohyby hvězd v galaxiích.

2 Newtonův gravitační zákon

Newton svůj gravitační zákon formuloval v roce 1687 v publikaci Principy přírodní filozofie (Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica). Zákon vychází z pozorování, nikoli z teorie. Konstatuje, že gravitační síla mezi dvěma tělesy závisí na hmotnosti obou těles a na jejich vzdálenosti.

3 Využití Keplerových zákonů

Kepler své zákony formuloval pro pohyby planet ve sluneční soustavě. Keplerovy zákony však umožňují určit základní charakteristiky pohybu i dalších těles sluneční soustavy, například trpasličích planet, planetek a komet. Můžeme je využít ale rovněž k popisu pohybu měsíců, družic a sond.

Lekce se skládá ze dvou částí.

V první části jsou jmenované zákony podrobně prodebatovány včetně různých způsobů formulace zákonů, a to jak pro případ problému jednoho tělesa, tak i v případě problému dvou těles (využívaného například pro dvojhvězdy). Přitom je zvláštní pozornost věnována formulaci Keplerových zákonů v přirozených jednotkách pro tělesa sluneční soustavy (v astronomických jednotkách, rocích a hmotnostech Slunce). Protože se uvedené zákony probírají obvykle až na střední škole,

ve druhé části jsou řešeny úlohy z předchozích ročníků fyzikální a astronomické olympiády, dále úlohy ze sbírek úloh z astronomie a astrofyziky (Široký, Široká, 1973 a Štefl, Krtička, 2002) a ze studijních textů FO (Ungermann, Volf, 1985 a Volf, Jarešová, 2009). Jsou rovněž ukázány úlohy týkající se pádu v radiálním gravitačním poli Slunce a Země a ukázáno řešení takových úloh bez použití integrálního počtu, ale s využitím zákonů pro pohyb v gravitačním poli.

4 Závěr

Keplerovy zákony popisují pohyby těles ve sluneční soustavě i pohyby dvojhvězd a hvězd v galaxiích.



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

5 Použitá literatura

ŠTEFL, V., KORČÁKOVÁ, D., KRTIČKA, J. Úlohy z astrofyziky. 1. vyd. Brno: Masarykova univerzita, 2002. 82 s.

UNGERMANN, Z., VOLF, I.: Pohyb tělesa v radiálním gravitačním poli. Praha: SPN, 1985.

VOLF, I., JAREŠOVÁ, M. Fyzika je kolem nás (Pohyby těles v planetární soustavě). 1. vyd. Hradec Králové. MAFY, 2009.

ŠIROKÝ, J., ŠIROKÁ, M. Základy astronomie v příkladech. 2. vyd. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1973. 158 s.

6 Kontakt na autora

RNDr. Miroslav Randa, Ph.D.

Západočeská univerzita v Plzni

randam@kmt.zcu.cz

ŘEŠENÍ OBTÍŽNĚJŠÍCH ÚLOH MINULÝCH KOL FO A AO

Miroslav RANDA

1 Úvod

Poučení z minulých ročníků FO a AO je pro řešitele obou soutěží velmi významné, protože umožňuje jednak seznámit se s typem zadávaných úloh, jednak poskytuje ukázkou, jak má vypadat řešení úloh FO a AO, aby bylo pro opravující dostatečně popsáno.

2 Pohybové úlohy řešené s využitím grafu $v(t)$

Běžně se v kategoriích D, E a F fyzikální olympiády vyskytují úlohy, kde se počítá dráha pohybů rovnoměrně zrychlených a zpomalených bez znalosti fyzikální veličiny zrychlení. Je přitom využito toho, že grafem rovnoměrně zpomaleného či rovnoměrně zrychleného pohybu v grafu závislosti rychlosti na čase je přímka s nenulovou směrnicí. Plocha pod touto přímkou je buď trojúhelníková, nebo lichoběžníková, popř. jde o lineární kombinaci obou funkcí, takže výpočet plochy je pak dostupný i žákům základní školy.

3 Nekonečná síť rezistorů

Ne zcela typickou fyzikální úlohou je úloha typu „nekonečná síť rezistorů“. Takové úlohy se nemusí řešit pomocí Kirchhoffových zákonů, dokonce je to takto jen velmi složité, ale řeší se náhradou části sítě rezistorů rezistorem s výsledným odporem. Příkladem je úloha z 55. ročníku FO, kategorie C.

Středisko služeb školám, Plzeň, Částkova 78
Podpora talentovaných žáků v Plzeňském kraji
CZ.1.07/1.2.03/02.0001

Tento projekt je v letech 2012-14 financován z rozpočtu Plzeňského kraje



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

4 Zákony zachování ve fyzikálních úlohách

Velmi často musejí řešitelé FO používat při řešení úloh zákony zachování energie a hybnosti. Z výuky na středních školách si studenti často odnášejí nesprávnou představu, že zákon zachování energie znamená rovnost potenciální a kinetické energie. Druhou nesprávnou představou je, že tyto zákony zachování se mohou použít v různých situacích. Je proto pro ně překvapivé, že oba zákony platí za stejné podmínky, totiž v izolované soustavě. V úlohách FO se tyto zákony využívají nejen u úloh z mechaniky, ale též v úlohách z atomové a jaderné fyziky a fyziky vysokých energií.

5 Pohyby v gravitačním poli Slunce a gravitačním poli Země

Jak v úlohách fyzikální olympiády, tak i v úlohách astronomické olympiády se velmi často řešitelé setkávají s úlohami o pohybu těles v radiálním poli. Základním typem úlohy je jednak výpočet dalších charakteristik kruhového pohybu, jednak výpočet charakteristik přechodové, tzv. Hohmannovy trajektorie.

6 Použitá literatura

Fyzikální olympiáda. Dostupné na internetu: <<http://fo.cuni.cz>>.

Astronomická olympiáda. Dostupné na internetu: <<http://olympiada.astro.cz>>.

UNGERMANN, Z., VOLF, I.: Pohyb tělesa v radiálním gravitačním poli. Praha: SPN, 1985.

VOLF, I., JAREŠOVÁ, M. Fyzika je kolem nás (Pohyby těles v planetární soustavě). 1. vyd. Hradec Králové. MAFY, 2009.

7 Kontakt na autora

RNDr. Miroslav Randa, Ph.D.

Západočeská univerzita v Plzni

randam@kmt.zcu.cz

SLUNCE A JEHO VÝZNAM PRO ŽIVOT NA ZEMI

Miroslav RANDA

1 Úvod

Slunce je nejbližší hvězda. Při jeho vzniku zároveň kolem něho vznikla Země a spolu s ní z protoplanetárního disku také všechny planety a spousta menších těles. Význam Slunce pro život na Zemi však není omezen pouze na vznik naší planety. Ze Slunce neustále proudí elektromagnetické záření a další částice k Zemi a jejich dopad na Zemi má klíčový význam pro vznik, vývoj a zachování života na Zemi.

Středisko služeb školám, Plzeň, Částkova 78
Podpora talentovaných žáků v Plzeňském kraji
CZ.1.07/1.2.03/02.0001

Tento projekt je v letech 2012-14 financován z rozpočtu Plzeňského kraje

2 Historická pozorování Slunce

Významu Slunce pro život na Zemi si lidé nebyli odpradáвна. Je to spjato s tím, že první civilizace vznikaly převážně v rovníkových oblastech, kde nejsou změny ročních období tak významné, jak známe z naší každodenní zkušenosti my. Proto se uctívání Slunce rozvíjelo pomaleji než například uctívání Měsíce.

Výjimkou je Egypt, kde si lidé brzy všimli, že záplavy Nilu se opakují v periodě jednoho roku. Už starověcí Egypťané proto stavěli kamenné menhiry do směrů odpovídajících různým místům východu slunce v rozličných ročních obdobích. Uctívání Slunce se později projevilo ve stavbě honosného chrámu v Karnaku.

Známostavbou vymezující východy slunce v různých ročních obdobích je anglické obětiště Stonehenge, které vymezuje pomocí velkých kamenných bloků význačné směry. Jejich pomocí byly zaměřeny východy slunce v různých okamžicích, a tak bylo možné oběti přinášet „ve správných chvílích“.

Další pozorovatelný Slunce najdeme po celé Zemi. Velký význam měly tyto observatoře v mayské civilizaci, kde bylo bohu Slunce vymezeno dokonce ústřední místo v symbolu mayského kalendáře, tak výrazného dokladu intelektuálních schopností starých Mayů. Pozorovatelný a chrámy boha Slunce nalezneme nejen v Chichén Itzá, ale i v Teotihuacanu či Chaco Canyonu.

Pyramidy egyptské i mayské, ale i další stavby po celém světě obsahují stejné tvarové prvky. Ty patrně odrážejí tvar zapadajícího slunečního kotouče v podmínkách malého proudění vzduchu. Takové prvky objevíme například i na střeších chrámového komplexu v Ankor Watu v dnešní Kambodži.

Stavby sloužící pro pozorování Slunce umožňovaly často zařízení pro určování pravého poledne na daném místě a zařízení pro určení rovnodenností a slunovratů. Takovou stavbou je například čínský Gao-cheng. Ale i v Praze sloužil těmto účelům astronomická věž Klementina, a to až do první poloviny 20. století.

4 Sluneční aktivity

Při pozorování Slunce brzy lidé zjistili, že se na Slunci vyskytují tmavší oblasti – sluneční skvrny. Teprve později se ale zjistilo, že počet slunečních skvrn souvisí s aktivitou Slunce a ovlivňuje i život na Zemi. Počet slunečních skvrn se mění s periodou 11,2 let, příčinou je změna magnetického pole Slunce v souvislosti s rotací tohoto tělesa z plazmatu.

Objevení periodicity slunečních skvrn bylo v historii spojeno s několika významnými astronomy-amatéry, jejichž péčí byl význam slunečních skvrn rozpoznán. Historii tohoto objevu popisuje velmi podrobně Kippenhahn.

5 Použitá literatura

KIPPENHAHN, R. Odhalená tajemství Slunce. Praha: Mladá fronta, 1999. 275 s. ISBN 80-204-0805-3.



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

6 Kontakt na autora

RNDr. Miroslav Randa, Ph.D.
Západočeská univerzita v Plzni
randam@kmt.zcu.cz

VYUŽITÍ GRAFŮ VE FYZICE

Miroslav RANDA

1 Úvod

Grafy se využívají ve fyzice nejen ke znázornění závislostí fyzikálních veličin nebo k zobrazení charakteristik jednotlivých fyzikálních prvků, ale též jako prostředek řešení fyzikálních úloh, v neposlední řadě také jako významný prostředek při fyzikálním měření.

2 Rozdíl mezi grafy v matematice a fyzice

Žáci a studenti se během školní výuce setkávají s grafy zejména v matematice. Na první pohled by se mohlo zdát, že používat grafy ve fyzice znamená jen využít znalostí z matematiky ve fyzikální problematice. Ve skutečnosti je situace komplikovanější. Hlavní rozdíl je totiž v tom, že matematici pracují s přesnými čísly, kdežto fyzici nikdy nemohou z principu mít hodnotu fyzikální veličiny naprosto přesnou.

To se projevuje i ve znázornění grafů. Matematik do grafu vynese číselné hodnoty a pak je propojí, kdežto fyzik takto postupovat nemůže, protože každá fyzikální hodnota je zatížená určitou chybou. Proto fyzik prokládá grafy tak, aby proložená křivka byla velmi blízká znázorněným hodnotám, ale jen výjimečně některými znázorněnými hodnotami prochází. Grafické programy prokládají závislost pomocí metody nejmenších čtverců, tedy tak, aby součet vzdáleností bodů od proložené křivky byl nejmenší možný.

3 Grafy a analýza dat

Součástí lekce bude řešení úlohy z loňské astronomické olympiády pro kategorii EF. Pozorované souřadnice hvězdy S2 se vynesou do grafu a výsledkem budou body znázorňující polohy hvězdy S2 v centru Galaxie. Obtížnost vnesení souvisí s netypickými jednotkami souřadnic hvězdy, s nimiž se žáci zřejmě neměli dosud příležitost se setkat, totiž v tisícinách úhlové vteřiny (mas). Po vnesení všech bodů do grafu žáci proloží (ručně) elipsu, která je trajektorií hvězdy kolem středu Galaxie.

Z trajektorie elipsy pak zjistí účastníci kempu parametry elipsy a následně s využitím třetího Keplerova zákona hmotnost supermasivní černé díry ve středu Galaxie.

Středisko služeb školám, Plzeň, Částkova 78
Podpora talentovaných žáků v Plzeňském kraji
CZ.1.07/1.2.03/02.0001

Tento projekt je v letech 2012-14 financován z rozpočtu Plzeňského kraje



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

4 Použitá literatura

ŠTEFL, V., KORČÁKOVÁ, D., KRTIČKA, J. Úlohy z astrofyziky. 1. vyd. Brno: Masarykova univerzita, 2002. 82 s.

5 Kontakt na autora

RNDr. Miroslav Randa, Ph.D.
Západočeská univerzita v Plzni
randam@kmt.zcu.cz

ŘEŠENÍ ÚLOH NA TÉMA OHMŮV ZÁKON

Zuzana SUKOVÁ

1 Úvod

Ve fyzikální olympiádě kategorie EF se žáci každoročně setkávají s příklady zaměřenými na výpočet celkového odporu a Ohmův zákon. Během přednášky se podíváme na řešení úloh z minulých ročníků FO věnovaných této problematice.

2 Ohmův zákon

Ohmův zákon vyjadřuje vztah mezi elektrickým odporem, napětím a proudem. Je pojmenován podle svého objevitele Georga Ohma. Zákon říká, že elektrický proud v elektricky vodivém předmětu je přímo úměrný elektrickému napětí přiloženému na tento předmět. Odpor vodiče přitom závisí přímo úměrně na jeho délce a nepřímo úměrně na příčném průřezu vodiče. Během motivačních experimentů tyto závislosti ověříme na kreslených rezistorech – rezistory budou tvořeny obdélníčky nakreslenými grafitem (tuhou tužkou) na papír. (Lepil 2010, Rauner 2013)

2.1 Řešení úloh z minulých ročníků fyzikální olympiády

Během řešení několika úloh z minulých let FO kategorie EF si žáci zopakují výpočet výsledného odporu při sériovém a paralelním zapojení rezistorů a složitějších zapojení kombinujících obě základní zapojení. Uvědomí si, že rezistorem je často jen samotný drát. (Lepil 2010)

Úlohy jsou věnované zapojení rezistorů do trojúhelníku, do hvězdy, do čtverce, ... a diskutovány jsou vždy různé možnosti připojení takové součástky ke zdroji napětí. Některé úlohy jsou věnované diskusi a výpočtům pro případy, kdy ve složitějším zapojení dojde ke zkratování jednoho z rezistorů.

Pomocí Ohmova zákona spočítají žáci ze znalosti napětí zdroje výsledný protékající proud.

Úlohy jsou řešeny nejprve obecně a poté pro konkrétní číselné hodnoty.

Středisko služeb školám, Plzeň, Částkova 78
Podpora talentovaných žáků v Plzeňském kraji
CZ.1.07/1.2.03/02.0001

Tento projekt je v letech 2012-14 financován z rozpočtu Plzeňského kraje

3 Závěr

Žáci experimentálně ověří závislost odporu vodiče na jeho délce a příčném průřezu a na čtyřech příkladech si zopakují výpočet výsledného odporu složitějšího zapojení kombinujícího sériové i paralelní větve. Protékající proud spočítají za pomoci Ohmova zákona.

4 Použitá literatura

Archiv zadání a řešení soutěžních úloh FO 1997–2014 [online]. 2014, [cit. 31. 8. 2014]. Dostupné na internetu: <http://fyzikalniolympiada.cz/archiv/zadani-a-reseni>

LEPIL, O., ŠEDIVÝ, P.: Fyzika pro gymnázia – Elektřina a magnetismus. 7. vyd. Praha 2010, nakl. Prometheus, 340 s. ISBN 978-80-7196-385-1.

RAUNER, K.: Frontální pokusy s „kreslenými“ rezistory. Školská fyzika [online]. 2013, roč. X, č. 5. [cit. 31. 8. 2014]. Dostupné na internetu: <http://sf.zcu.cz/cs/2013/5/12-frontalni-pokusy-s-kreslenymi-rezistory>

5 Kontakt na autora

PhDr. Zuzana Suková

ZČU v Plzni, FPE, katedra matematiky, fyziky a technické výchovy, Klatovská 51, Plzeň
zsukova@kmt.zcu.cz

VZDÁLENOSTI VE VESMÍRU

Zuzana SUKOVÁ

1 Úvod

Přestože všichni víme, že sluneční soustava a naše Galaxie jsou veliké, tak často jsou naše představy zkreslené. Přispívají tomu mimo jiné i obrázky zveřejňované na internetu. Konkrétní rozměry můžeme snadno zjistit na internetu, ale i když známe poloměry vesmírných objektů a jejich vzdálenosti, tak si je přesto často nedokážeme vůbec představit. Jak velká by asi byla Země, kdybychom Pluto zmenšili na zrnko pepře? Jak dlouho by běžel gepard k Proximě Centauri, hvězdě, která je nejbližší Slunci? Sestavíme si společně model planet z ovoce a přiblížíme si i rozměry uvnitř i mimo sluneční soustavu pomocí názorných modelů.

2 Modely vzdáleností

Během přednášky si přiblížíme rozměry v naší sluneční soustavě, vzdálenosti hvězd a tvar Galaxie pomocí názorných modelů.

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

2.1 Modely sluneční soustavy

Žijeme na planetě Zemi, která je jednou z osmi planet naší sluneční soustavy. Naší hvězdou je Slunce, které je mnohem větší, než všechna ostatní tělesa sluneční soustavy dohromady. Jaké ale ty rozměry jsou? Zkusme si představit model, kde by trpasličí planeta Pluto byla velká jen jako zrnko pepře. Žáci dostali právě takový úkol a model pomocí koření, ovoce a zeleniny kulatého tvaru (pepř, nové koření, ořechy, hroznové víno, mandarinky, pomeranče, zelí, meloun, ...) vytvořili. Správných hodnot se po odhadnutí doberou výpočtem. Slunce by například mělo rozměry obří dýně. (Macháček 2008, Suková 2012)

Když už máme model poměrů velikostí, zkusíme si nejprve odhadnout a pak i vypočítat vzdálenosti jednotlivých objektů v modelu. I tyto hodnoty jsou pro žáky často překvapivé, protože Pluto by od Slunce v modelu bylo vzdálené 6 km. Je to stejné, jako bychom na celém území města Liberec nebo Hradec Králové umístili pouze jednu obří dýni, 4 citrusy, 2 oříšky a 2 hrášky a nějaký drobný prach. (Macháček 2008)

Obdobným modelem může být umístění Slunce o průměru 93 m (měřítko 1:15 000 000) na Staroměstské náměstí v Praze. V tomto měřítku nám planety pokryjí velkou část České republiky – například Země o průměru 85 cm bude v Letňanech v Praze, Saturn o průměru 7,8 m v Pardubicích a Neptun o průměru 3,3 m v Českém Těšíně.

2.2 Jak daleko je ke hvězdám

Po Slunci nejbliže je k nám hvězda Proxima Centauri, která je vzdálená jen 4,24 světelného roku (ze Slunce k nám letí světlo něco přes 8 minut). Myslím si ale, že toto číslo si většina lidí opět nedokáže představit. Žáci dostanou proto za úkol vypočítat vzdálenost v kilometrech a určit, jak dlouho by k ní běžel gepard rychlostí 100 km/h a jak dlouho by šel člověk rychlostí 4 km/h. Opět je překvapivé, že k naší po Slunci nejbližší hvězdě by člověk šel více než miliardu let, což znamená, že by se na cestu musel vydat jako jedna z prvních eukaryotních buněk. Gepard by potřeboval necelých 50 000 000 let – vyrazil by tedy jako jedna z prvních prašelem. (Suková 2013)

2.3 Souhvězdí Orion

Další model nám pomůže odpovědět na otázku, zda jsou všechny hvězdy stejné. Některé charakteristiky hvězd si ukážeme na nejznámějším zimním souhvězdí Orion, které obsahuje 7 velmi jasných hvězd. Papírový model nám ukáže srovnání velikostí i dalších parametrů jednotlivých hvězd (povrchová teplota, vzdálenost o Zemi, ...). Věděli jste například, že červený obr Betelgeuse má poloměr tisíckrát větší než naše Slunce? Žáci si na tomto modelu také připomenou, že souhvězdí vzniká pouze promítnutím hvězd blízko sebe na nebeskou klenbu, ale ve skutečnosti spolu tyto hvězdy nijak nesouvisejí a často jsou vzdálené stovky i tisíce světelných let.

2.4 Model naší Galaxie

A jak si můžeme přiblížit naši Galaxii? Jedná se o kouli, čočku nebo spíše disk? Pro seznámení se s tvarem naší Galaxie a jejími rozměry žáci opět vypočítávají rozměry modelu. Tentokrát si celou Galaxii můžeme velmi dobře přirovnat ke kompaktnímu disku (CD),

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

protože zatímco její průměr je 110 000 světelných let, tak její tloušťka v nejširším místě dosahuje pouhých 5 000 světelných let a po okrajích jen 1 000 světelných let. (Suková 2013)

3 Závěr

Díky pěti jednoduchým modelům si žáci mohli udělat alespoň částečnou správnou představu o rozměrech v naší sluneční soustavě, o hvězdách a tvaru naší Galaxie.

4 Použitá literatura

MACHÁČEK, M.: Fyzika pro gymnázia – Astrofyzika. 3. vyd. Praha 2008, nakl. Prometheus, 143 s. ISBN 978-80-7196-376-9.

SUKOVÁ, Z. Kdyby gepard vyrazil coby prašelma, už by dorazil na Proximu Centauri I. Školská fyzika [online]. 2012, roč. IX, č. 4. [cit. 25. 8. 2013]. Dostupné na internetu: <http://sf.zcu.cz/cs/2012/4/1-kdyby-gepard-vyrazil-coby-praselma-uz-by-dorazil-na-proximu-centauri-i>

SUKOVÁ, Z. Kdyby gepard vyrazil coby prašelma, už by dorazil na Proximu Centauri II. Školská fyzika [online]. 2013, roč. X, č. 1. [cit. 25. 8. 2013]. Dostupné na internetu: <http://sf.zcu.cz/cs/2013/1/8-kdyby-gepard-vyrazil-coby-praselma-uz-by-dorazil-na-proximu-centauri-ii>

5 Kontakt na autora

PhDr. Zuzana Suková

ZČU v Plzni, FPE, katedra matematiky, fyziky a technické výchovy, Klatovská 51, Plzeň
zsukova@kmt.zcu.cz

VODÍKOVÉ PALIVOVÉ ČLÁNKY A JEJICH VYUŽITÍ

Martin TOMÁŠ

1 Obecné informace o palivových člancích

V této části příspěvku bude prezentován současný pohled na obnovitelné zdroje energie a jejich zapojení do přenosové soustavy. Dále bude vysvětlena role palivových článků z hlediska jejich možného využití k pokrytí výkyvů ve výkonu například fotovoltaických či větrných elektráren.

2 Struktura palivových článků

Palivové články jsou složeny z několika komponent, jejichž činnost je pro palivový článek zcela zásadní. Jedná se především o bipolární desky, difúzní vrstvy, katalytické vrstvy a protonově vodivou polymerní membránu (MEA - membrane electrode assembly).

Středisko služeb školám, Plzeň, Částkova 78
Podpora talentovaných žáků v Plzeňském kraji
CZ.1.07/1.2.03/02.0001

Tento projekt je v letech 2012-14 financován z rozpočtu Plzeňského kraje



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Jednotlivé komponenty budou popsány a předvedeny studentům (vzorky MEA analyzované post mortem, prototyp bipolárních desek). V této části přednášky bude předveden reverzní palivový článek pohánějící malý elektromotor.

V závěrečné části přednášky budou studenti informováni o možnostech využití palivových článků v automobilovém průmyslu. Závěrem přednášky bude diskuse nad aktuálními problémy palivových článků (chemická a mechanická degradace komponent).

3 Použitá literatura

LARMINIE, J., DICKS, A.: Fuel Cell System Explained. John Wiley and Sons Ltd., Chichester 2003

ATKINS, P.: Physical Chemistry. Oxford University Press, Oxford 2006

BARBIR, J.: PEM Fuel Cells: Theory and Practise. Academic Press, Waltham 2005

MARŠÍK, F., DVOŘÁK, I.: Biotermodynamika. Academia, Praha 1998

NĚMEC, T., MARŠÍK, F., MIČAN, O.: The Characteristic Thickness of Polymer Electrolyte Membrane and the Efficiency of Fuel Cell. Heat Transfer Engineering, roč. 30, č. 7, s. 574-581

4 Kontakt na autora

PhDr. Martin Tomáš, Ph.D.

Nové technologie - výzkumné centrum, Západočeská univerzita v Plzni
mtomas@ntc.zcu.cz

ZAJÍMAVÉ ÚLOHY Z KINEMATIKY

Martin TOMÁŠ

1 Základní principy kinematiky

V úvodní části příspěvku budou prezentovány základní pojmy a principy kinematiky, jako je *klid* tělesa, *pohyb* tělesa, *rychlost*, *dráha*, *zrychlení* či *zpomalení*. Na jednoduchých příkladech bude demonstrován vztah jednotlivých veličin. Následně bude proveden úvod do integrálního a diferenciálního pojmu ve formě, která bude dostatečně přístupná i studentům středních škol. Především bude demonstrována možnost využití tohoto počtu v jednoduchých úlohách z kinematiky.

2 Početní úlohy z kinematiky

Jednotlivé úlohy si kladou za cíl vysvětlit možnost využití základních vztahů kinematiky na praktických příkladech, které nejsou odtrženy od každodenní praxe. Důraz bude kladen na úlohy, jejichž řešení předpokládá nekonvenční využití standardních vztahů kinematiky. V přednášce bude vytvořen prostor pro návrhy řešení jednotlivých studentů. Přednáška není

Středisko služeb školám, Plzeň, Částkova 78
Podpora talentovaných žáků v Plzeňském kraji
CZ.1.07/1.2.03/02.0001

Tento projekt je v letech 2012-14 financován z rozpočtu Plzeňského kraje



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

koncipována jako frontální výklad, ale jako aktivní spolupráce studentů při řešení dané úlohy. Tento přístup může být zajímavým pro nadané studenty.

3 Kontakt na autora

PhDr. Martin Tomáš, Ph.D.

Nové technologie - výzkumné centrum, Západočeská univerzita v Plzni

mtomas@ntc.zcu.cz

SOUČASNÉ OTÁZKY A PROBLÉMY ASTRONOMIE

Ondřej TRNKA

1 Úvod

Astronomie patří k nejstarším přírodním vědám. V průběhu času se měnily její priority i význam a stejně tak je tomu i v současnosti. Astronomie má v dnešní době mnoho cílů. Přednáška shrnuje základní přehled současných problémů a otázek astronomie i její vazby na ostatní vědní obory.

Zde bude Váš text. (Times New Roman, velikost 12, obyčejné, řádkování 1, předsazení prvního řádku 1 cm zleva, zarovnání do bloku). Text musí být členěn na odstavce. V textu nepoužívejte tučné formátování.

Citaci v textu provádějte podle normy ISO 690 následujícím způsobem: Text citace (Autor, rok vydání, případně strana). Např. (Skalková 2007, s. 322). Je-li jméno autora součástí věty, uvádí se do závorky jen rok vydání, případně číslo stránek. Pro uvádění zdroje citace nepoužívejte odkazy pod čarou ani jiné způsoby.

2 Z historie astronomie

Astronomie se zabývá sledováním kosmických těles, jejich pohyby a vlastnostmi. Na rozdíl od všech dalších přírodních věd si musela poradit jen s pohledem na dálku, protože, po většinu své historie neměla možnost si na předměty svého zkoumání „sáhnout“ či si je alespoň přenést do laboratoře. Současně se předmět zkoumání astronomie svým rozsahem, škálami i prostředím vždy poměrně odchyloval od předmětů ostatních vědních oborů, a tak astronomie krom jiného sloužila k testování a potvrzování pravidel známých na naší planetě i v širším měřítku celého vesmíru.

Dřívější otázky astronomie byly mnohé. Jejich odhalení mnohdy značně zahýbalo celkovým světovým názorem lidstva, a tak byla astronomie důležitá i pro filozofii a někdy i pro náboženství. Mezi dlouhodobé otázky, na které astronomie hledala a nacházela odpovědi, bylo například přesné určení času a polohy na Zemi i samotné Země ve vesmíru. Stejně tak jako uspořádání vesmíru a naše role v něm, hledání podstaty různých kosmických těles, objevení správných principů, na kterých funguje Sluneční soustava a mnohé další.

Středisko služeb školám, Plzeň, Částkova 78
Podpora talentovaných žáků v Plzeňském kraji
CZ.1.07/1.2.03/02.0001

Tento projekt je v letech 2012-14 financován z rozpočtu Plzeňského kraje

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Astronomické metody byly užívány při určování polohy lodí, obzvláště po zavedení přesných hodin a sextantů, a patří k základním dovednostem kapitánů a navigátorů i ve 21. století. Letecká navigace podle astronomických objektů se využívala hojně ještě během II. světové války. Přesné určování času založené na astronomických metodách přesného měření rotace Země hrálo zásadní roli až do počátku 20. století, kdy bylo nahrazeno přesnějšími časovými normály křemenných a později atomových oscilátorů.

3 Současné postavení astronomie

Dříve spíše odloučená věda se s rozšiřujícími vědomostmi stále více zapojovala mezi ostatní přírodní vědy, protože hranice mezi pozemským světem a kosmem se postupně smazávaly a v dnešní době je průzkum pozemské přírody veden stejným, či obdobným způsobem, jako průzkum vesmíru jako celku. Na celou věc lze nahlédnout dvěma pohledy:

1. Vesmír zkoumá mnoho vědních disciplín.
2. Astronomie má v současnosti mnoho podoborů, které zasahují téměř do všech přírodních věd.

Druhé tvrzení je zřejmě blíže pravdě, protože ačkoli v celém vesmíru platí stejné fyzikální zákony, stejně jako zákony chemické i jiné, existují podobory, které nahlíží na vesmír z hlediska daného oboru. Jde zejména o astrofyziku, astrochemii a astrobiologii. Všechny vznikly kombinací daného oboru a astronomie, která svým vývojem umožnila získávat data, která jsou pro dané odvětví podstatná.

Astronomie se řadí k těm oborům, které přispívají hlavně v primárním výzkumu, tedy v obecném výzkumu základních principů, zákonů a faktů. Její přínos pro aplikované vědy a rozvoj technologií je spíše minoritní, ovšem vzhledem k tomu, že astronomie je dlouhodobě spjata s vysokými nároky na pozorovací a detekční techniku, je také hnacím motorem v řadě technických oblastí. A inovace vyvinuté při vývoji astronomických přístrojů mohou být využity i v běžném životě.

Zde bude Váš text. (Times New Roman, velikost 12, obyčejné, řádkování 1, předsazení prvního řádku 1 cm zleva, zarovnání do bloku) Text musí být členěn na odstavce. V textu nepoužívejte tučné formátování.

Některé současné otázky astronomie:

Vývoj raného vesmíru

- Jakým způsobem testovat teorie o nejrannějších fázích vývoje Vesmíru?
- Jaký druh prostředí, hmoty, či zákonů mohl panovat před existencí časoprostoru?
- Pokud čas a prostor nejsou základní v nejhlubším vědeckém popisu Vesmíru, jak vznikly?

Multiversum

Je náš pozorovatelný Vesmír jedinečný, nebo je součástí mnohem většího multiversa?

- Může být teorie multiversa empiricky testována? Pokud ano, tak jak? Pokud ne, jaký je vědecký a gnozeologický statut těch domén, které nemohou být pozorovány?
- Jaké jsou typické charakteristiky multivers, založených na rozdílných kvantových kosmologiích?

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

- Mnoho teorií multiversa vyvolává představu nekonečna, jako části vlastního vysvětlovacího aparátu. Může být svět fyzicky nekonečný?

Složitost Vesmíru

Jaký je původ složitosti Vesmíru?

- Jaké jsou nutné podmínky pro Vesmír, aby se vyvinul do vysokého stupně složitosti?
- Jaká jsou klíčová stádia zvyšování složitosti Vesmíru? Jak k nim došlo?
- Bude složitost Vesmíru pokračovat, či dokonce narůstat? Pokud ano, jak dlouho? Existují teoretické limity složitosti Vesmíru?

Život ve Vesmíru

Jsme ve Vesmíru sami? Nebo, existuje jiný život a inteligence za hranicemi Sluneční soustavy?

- Jaké jsou známky existence života a inteligence ve Vesmíru?
- Může „jemné vyladění“ Vesmíru pro život také znamenat, že tento je vzácný?
- Do jaké úrovně mohou být ostatní bytosti podobné či shodné s lidmi? Jsou v přírodě vlastnosti, které mohou omezit úroveň inteligence, či rozdílnost, kterou můžeme očekávat?

4 Současná astronomie

Současnou astronomii lze rozdělit na dvě základní části:

- Teoretická astronomie – ta představuje teoretické úvahy, matematické modely a simulace.
- Praktická astronomie – praktické metody pozorování a zkoumání Vesmíru. Mezi hlavní patří astrometrie, fotometrie, spektrometrie a polarimetrie.

Dále však k astronomii patří další významné obory:

- Kosmologie – řeší Vesmír jako celek.
- Astrofyzika – nahlíží na Vesmír z fyzikálního hlediska.
- Přístrojová astronomie – návrhy a vývoj dalekohled, detektorů, atd.
- Astrobiologie – hledání podmínek vhodných pro život, i života samotného.
- Astrochemie – pátrání po prvcích a sloučeninách a zjišťování jejich původu.
- Kosmonautika – pilotovaný i robotizovaný průzkum z oběžné dráhy, kontaktní průzkum na jiných tělesech Sluneční soustavy atd.

5 Blízký Vesmír

Mezi současné nevýznamnější oblasti výzkumu v blízkém Vesmíru, tedy v naší Sluneční soustavě patří planetologie, výzkum historie a dlouhodobého vývoje Sluneční soustavy, rizika srážek meziplanetární hmoty se Zemí a také kosmické počasí.

Planetologie

- Využívá zkušeností mnoha oborů věd o Zemi, přenesených do prostředí ostatních planet. Meteorologie, klimatologie, geologie, vulkanologie, geodézie.
- Využívá pozorovacích dat, dat z kosmických sond a z teoretických modelů.

Historie a další vývoj Sluneční soustavy

Středisko služeb školám, Plzeň, Částkova 78
Podpora talentovaných žáků v Plzeňském kraji

CZ.1.07/1.2.03/02.0001

Tento projekt je v letech 2012-14 financován z rozpočtu Plzeňského kraje

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

- Stáří 4.56 mld. let.
- Průzkum na různých tělesech.
- Část materiálu od vzniku Sluneční soustavy nepřeměněna.

Kosmické počasí a možnosti jeho předpovídání

- ohřev koróny
- chování plazmatu při erupcích
- předpověď chování aktivních oblastí

Rizika srážek s meziplanetární hmotou

- planetky, komety, meziplanetární prach
- hledání křížičů
- průzkum negravitačních vlivů
- otázky transportu života

6 Vzdálený Vesmír

Ve vzdáleném Vesmíru se nyní astronomie zaměřuje hlavně na hledání exoplanet, tedy planet u jiných hvězd, měření základních parametrů Vesmíru a dále na zkoumání exotických objektů, produkujících vysoké množství energie.

Exoplanety

- Současný počet: 1821 (i s kandidáty > 5 000).
- Řada způsobů detekce.
- O některých víme mnohé, o jiných téměř nic.
- Zatím žádná „druhá Země“ ani žádná „druhá Sluneční soustava“.

Základní parametry Vesmíru

- Důležité kvůli modelům a kvůli odhadu vývoje Vesmíru.
- Pokud by byly parametry jen trochu jiné, nevznikl by Vesmír, jaký známe.
- Velkými otázkami jsou Temná hmota a Temná energie.

Exotické objekty

- kvasary
 - Objev v roce 1960.
 - Vysvětlení - aktivní jádra galaxií.
 - Využití - vhodné referenční body na obloze pro definici souř. systémů.
- supermasivní černé díry
 - Typ velkých černých děr.
 - Hmotné objekty v jádrech galaxií (možná i v kulových hvězdokupách).
 - Aktivní i neaktivní.
 - Nejhmotnější objevená: 5 mld. Ms.
 - SMČD v nitru Galaxie: 4 100 000 Ms.
- blazary
 - Podskupina Kvasarů.
 - „Jet“ směřuje v linii pozorovatele.
 - Zřejmě nejenergetičtější objekty ve Vesmíru.
- magnetary

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

- Neutronová hvězda s velmi silným magnetickým polem.
- Jeden ze zdrojů „Gama záblesků“.
- Při uvolňování magnetické energie dochází k „magnetotřesení“.
- hypernovy
 - Nejmasivnější známé hvězdy.
 - V podstatě nežijí, záhy po zformování explodují – velmi rychlá produkce těžkých prvků.

7 Závěr

Současná astronomie se stala komplexní vědou, která má své nezastupitelné místo při poznávání přírodních zákonů i celého Vesmíru. Řeší řadu otázek, z nichž mnohé mají nemalý vliv, či potenciální vliv na lidskou společnost. Často využívá nejmodernější metody a svými nároky určuje směr vývoje mnohých technologií. Navíc se jedná o vědu všeobecně atraktivní. Bohatě lze využívat jejího potenciálu vizuálně atraktivních výsledků při školní výuce.

8 Kontakt na autora

Bc. Ondřej Trnka
Hvězdárna a planetárium Plzeň
trnka@plzen.eu

ŘEŠENÍ OBTÍŽNĚJŠÍCH ÚLOH Z MECHANIKY I

Josef VESELÝ

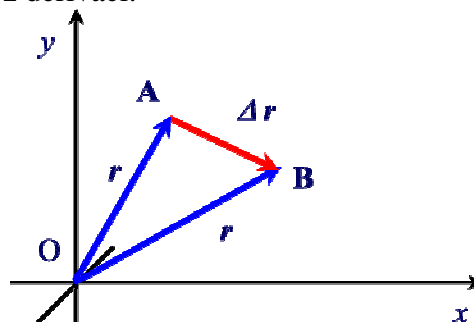
1 Úvod

V první části se budeme zabývat především úlohami z kinematiky. Kinematika představuje úvodní kapitolu středoškolské fyziky, obsahuje však řadu zajímavých úloh. Na střední škole je probírána v 1. ročníku, proto jen se slabým matematickým aparátem. Během dalšího studia je vhodné alespoň pro talentované žáky matematický aparát doplnit alespoň o derivace, později i o integrály.

Užití derivací je pro středoškoláka poměrně náročné, musí si na tento aparát postupně zvykat, proto budeme v tomto příspěvku řešit také úlohy bez derivací.

2 Derivace funkce

Podrobnější informace o derivaci funkce jedné reálné proměnné a jejím využití ve fyzice najde čtenář v řadě publikací z Knihovničky fyzikální olympiády.



Středisko služeb školám, Plzeň, Částkova 78

Podpora talentovaných žáků v Plzeňském kraji

CZ.1.07/1.2.03/02.0001

Obr. 1 - polohový vektor

Tento projekt je v letech 2012-14 financován z rozpočtu Plzeňského kraje

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Zde uvedeme jen stručnou ukázkou některých definic a jejich užití.

2.1 Rychlost a zrychlení jako derivace

Polohu hmotného bodu určujeme polohovým vektorem a pohyb změnou polohového vektoru (obr. 1). Okamžitou rychlost definujeme jako časovou derivaci polohového vektoru:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

Okamžité zrychlení definujeme jako časovou derivaci okamžité rychlosti:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

Příklad 1

Hmotný bod se pohybuje po ose x podle rovnice $\{x\} = 2\{t\}^3 + \{t\}^2 - \{t\} + 3$. Určete okamžitou rychlost a zrychlení hmotného bodu v čase 3 s.

Řešení:

$$v = \frac{dx}{dt} = 6\{t\}^2 + 2\{t\} - 1$$
$$v = 59 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$a = \frac{dv}{dt} = 12\{t\} + 2$$
$$a = 38 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

Odpověď: V čase 3 s se hmotný bod pohybuje rychlostí o velikosti $59 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ve směru osy x se zrychlením o velikosti $38 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ ve stejném směru.

2.1 Maximum funkce

Příklad 2

Olovená kulička byla vržena z výšky 4 m svisla vzhůru počáteční rychlostí o velikosti $20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Určete maximální výšku vrhu užitím derivace.

Řešení: Pro okamžitou výšku kuličky platí $h = h_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$, maximum může nastat (a zde skutečně nastane) ve chvíli, kdy bude derivace výšky podle času rovna nule.

$$\frac{dh}{dt} = 0 + v_0 - g t = 0$$
$$t = \frac{v_0}{g}$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$h = h_0 + \frac{v_0^2}{2g} = \left(4 + \frac{20^2}{2 \cdot 10}\right) \text{ m} = 24 \text{ m}$$

Odpověď: Kulička dosáhne maximální výšky 24 m.

3 Úlohy řešené bez derivací

Příklad 3

Po přímé dálnici jede kamion o délce 20 m a ve vzdálenosti 10 m za ním osobní automobil o délce 5 m. Rychlost obou automobilů je $v_0 = 108 \text{ km/h}$. Osobní automobil začne předjíždět se stálým zrychlením o velikosti $a = 2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. Rychlost přestane zvětšovat ve chvíli, kdy jsou vyrovnány přední části automobilů. Předjíždění dokončí zařazením 15 m před kamion. Určete dobu a dráhu potřebnou pro předjíždění.

Řešení: Úlohu budeme řešit ve vztažné soustavě kamionu, zde osobní automobil urazí dráhu $s_1 = 25 \text{ m}$ rovnoměrně zrychleným pohybem a dráhu $s_2 = 20 \text{ m}$ rovnoměrným pohybem.

$$t_1 = \sqrt{\frac{2s_1}{a}}, \quad t_2 = \frac{s_2}{v_0} = \frac{s_2}{v_0}, \quad t = t_1 + t_2,$$

$$\text{číselně } t = 5 \text{ s} + 2 \text{ s} = 7 \text{ s.}$$

$$s = s_1 + s_2 = v_0 t_1 + \frac{1}{2} a t_1^2 + (v_0 + a t_1) t_2, \text{ číselně } s = 255 \text{ m.}$$

Odpověď: Předjíždění bude trvat 7 s na dráze 255 m.

Úloha

Květináč okolo okna vysokého $h = 1,5 \text{ m}$ padal po dobu $t = 0,1 \text{ s}$. Určete výšku h_1 nad oknem, ze které padal květináč volným pádem a rychlost v_1 u horního okraje okna.

$$\text{Kontrolní výsledek, obecné řešení: } h_1 = \frac{(2h - gt^2)^2}{8gt^2}, \quad v_1 = h/t - gt/2$$

4 Závěr

V některých i středoškolských úlohách můžeme pro řešení s výhodou použít derivace, jindy dáme přednost klasickému řešení.

5 Použitá literatura

K dalšímu studiu doporučeny texty z Knihovničky fyzikální olympiády.

6 Kontakt na autora

Mgr. Josef Veselý
Gymnázium Jaroslava Vrchlického, Klatovy
jvesely@gymkt.cz

ŘEŠENÍ OBTÍŽNĚJŠÍCH ÚLOH Z MECHANIKY II

Josef VESELÝ

1 Úvod

Druhou důležitou kapitolou mechaniky je dynamika. Dynamika zkoumá a hledá příčiny pohybu a klidu a pohybových změn tělesa a soustav těles. Úloh z dynamiky jednoho tělesa je ve sbírkách úloh ze středoškolské fyziky dostatek, budeme se proto věnovat spíše úlohám o soustavách těles.

Úlohy obvykle řešíme za zjednodušujících předpokladů, zde se také pokusíme v některých úlohách experimentálně ověřit, zda zjednodušování nevede až k nepoužitelným výsledkům.

2 Úlohy z dynamiky

Při řešení úloh budeme vycházet z Newtonových pohybových zákonů, použijeme též zákon zachování hybnosti a zákon zachování mechanické energie. Předpokládáme, že tyto zákony čtenář zná.

2.1 Úlohy o kladce

Příklad 1

Závaží o hmotnostech m_1 a m_2 jsou zavěšena přes kladku. Určete zrychlení soustavy, zanedbáme-li hmotnost kladky a závěsu a všechny třecí a odporové síly. Dále určete sílu, kterou je napínán závěs. Řešte obecně, potom pro hodnoty $m_1 = 40$ g, $m_2 = 50$ g, $g = 9,8$ m·s⁻². Odpovídají vypočtené hodnoty realitě?

Řešení: Na soustavu působí vnější síly F_{G1} a F_{G2} , hmotnost soustavy je $m_1 + m_2$.

Ze zákona síly pro soustavu těles vyplývá

$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} g = 1,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Závěs je na obou stranách napínán stejně, použijeme zákon síly např. pro 1. těleso.

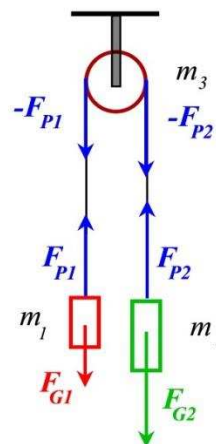
$$F_p - F_{G1} = m_1 a$$

$$F_p = m_1 (g + a) = 0,44 \text{ N}$$

Odpověď: Zrychlení soustavy je asi 1,1 m·s⁻², závěs je napínán silou asi 0,44 N. Zanedbáním hmotnosti kladky a tření jsme dospěli k větším hodnotám, než jsou skutečné.

Příklad 2

Závaží o hmotnostech m_1 a m_2 jsou zavěšena přes kladku o hmotnosti m_3 (viz obr. 1). Určete zrychlení soustavy, zanedbáme-li hmotnost závěsu a všechny třecí a odporové síly. Dále určete síly, kterými jsou napínány levá a pravá část závěsu. Řešte obecně, potom pro hodnoty $m_1 = 40$ g, $m_2 = 50$ g, $m_3 = 54$ g, $g = 9,8$ m·s⁻². Odpovídají vypočtené hodnoty realitě?



Obr. 1

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Řešení: Na soustavu působí rozhodující vnější síly F_{G1} a F_{G2} , dále působí vnitřní síly F_{p1} a F_{p2} . Protože závaží konají posuvný pohyb a kladka otáčivý pohyb, nemůžeme sestavit rovnou výslednou pohybovou rovnici jako v předešlé úloze, ale nejprve dílčí pohybové rovnice:

$$F_{G2} - F_{p2} = m_2 a$$

$$F_{p1} - F_{G1} = m_1 a$$

$$(F_{p2} - F_{p1})r = J\varepsilon, \text{ kde } J = \frac{1}{2}mr^2, \varepsilon = \frac{a}{r}$$

Řeším soustavy dostaneme $a = g(m_2 - m_1)/(m_1 + m_2 + 1/2 m_3)$

$$F_{p2} = gm_2(2m_1 + 1/2 m_3) / (m_1 + m_2 + 1/2 m_3)$$

$$F_{p1} = gm_1(2m_2 - 1/2 m_3) / (m_1 + m_2 + 1/2 m_3)$$

Číselně $a = 0,84 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. Numerické výpočty sil napínajících závěsy přenecháme čtenáři.

Vypočtená hodnota zrychlení je stále větší než reálná, neboť soustava se nepohybuje bez tření.

2.2 Experimentální určení zrychlení

Sestavíme soustavu podle obr. 1. Výšku h pro klesání závaží jsme zvolili 1,7 m, čas měřilo větší množství žáků, průměrný čas $t = 2,2 \text{ s}$. Z toho $a = \frac{2h}{t^2} = 0,70 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. Naměřená hodnota je skutečně menší než hodnota vypočtená v příkladu 2.

2.3 Další úlohy

Příklad 3

Válec o hmotnosti m_1 je tažen po vodorovné rovině závažím o hmotnosti m_2 zavěšeným přes kladku (viz obr. 2). Smykové tření je dost veliké, aby válec neprokluzoval, neprokluzuje ani tažná nit na obvodu válce. Hmotnost nitě, kladky a odporové síly neuvažujte. Vypočítejte zrychlení posuvného pohybu válce, zrychlení závaží a sílu napínající nit. Řešte obecně, potom pro hodnoty $m_1 = 4,0 \text{ kg}$, $m_2 = 2,5 \text{ kg}$, $g = 9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

Řešení: Klesá-li závaží rychlostí v , valí se válec rychlostí $v/2$, proto zrychlení posuvného pohybu válce $a_1 = 1/2 a_2$. Pohybové rovnice:

Závaží $F_{G2} - F_p = m_2 a_2$

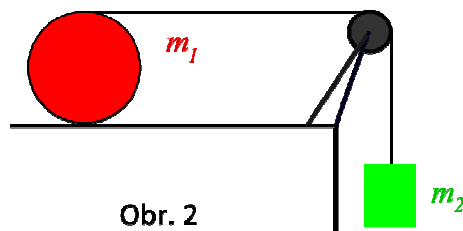
posuvný pohyb válce $F_p - F_t = m_1 a_1$

otáčivý pohyb válce

$$F_p 2r = J\varepsilon = \frac{1}{2}m_1 r^2 \frac{a_1}{r}$$

Řešením soustavy dostáváme

$$a_1 = \frac{m_2}{2m_2 + \frac{5}{4}m_1} g \quad F_p = \frac{5m_1 m_2}{8m_2 + 5m_1}$$



Obr. 2

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Číselně $a_1 = 2,45 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$, $a_2 = 4,9 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$, $F_p = 12 \text{ N}$.

3 Závěr

Vyřešili jsme několik úloh o posuvných a otáčivých pohybech tělesa nebo soustavy těles a další úlohy zůstaly určeny pro samostatné řešení čtenáře. Žáci získali zkušenost s řešením úloh, které většinou ve své učebnici nenajdou. Dále jsme experimentálně ověřili, že přílišné zjednodušení úlohy vede často k nereálným výsledkům.

4 Použitá literatura

Žádná literatura nebyla citována. Pouze byly doporučeny texty z Knihovničky fyzikální olympiády.

5 Kontakt na autora

Mgr. Josef Veselý
Gymnázium Jaroslava Vrchlického, Klatovy
jvesely@gymkt.cz

ŘEŠENÍ OBTÍŽNĚJŠÍCH ÚLOH Z MECHANIKY III

Josef VESELÝ

1 Úvod

Ve třetí části mechaniky se budeme věnovat tekutinám. Kapitola o tekutinách je zpravidla zařazena až na konci prvního ročníku, žáci si z ní obvykle mnoho nepamatují. O tekutinách lze vytvořit mnoho zajímavých úloh, proto neškodí kapitolu připomenout.

2 Mechanika tekutin

Pro řešení úloh budeme používat Pascalův a Archimédův zákon, rovnici spojitosti toku, Bernoulliovu rovnici a vzorec pro odporovou sílu. Využijeme také znalosti o vodorovném, případně šikmém vrhu. Tyto základní informace nalezne čtenář v kterékoli středoškolské učebnici fyziky a také v Knihovničce fyzikální olympiády.

2.1 Pohyb tekutiny

Příklad 1

Jak velkou rychlostí v_I musíme posouvat píst injekční stříkačky o průřezu $S_I = 2,0 \text{ cm}^2$, aby voda dostříkla do vzdálenosti $d = 1,5 \text{ m}$. Osa stříkačky je vodorovná a umístěná ve výšce $h = 80 \text{ cm}$ nad dopadovou plochou. Voda je vystřikována otvorem o průřezu $S_0 = 2,5 \text{ mm}^2$, tíhové zrychlení $g = 9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Řešení

Pro dálku vodorovného vrhu platí $d = v_0 t = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}} \Rightarrow v_0 = d \sqrt{\frac{g}{2h}}$, dále $S_1 v_1 = S_0 v_0$

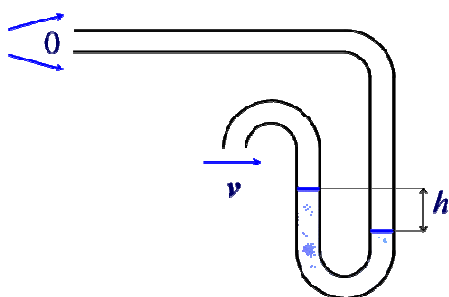
$$v_1 = d \sqrt{\frac{g}{2h}} \cdot \frac{S_0}{S_1} = 46 \text{ mm/s}$$

Odpověď: Píst musíme posouvat rychlostí asi 46 mm/s.

Příklad 2

Určete rychlost v letadla, jestliže rozdíl hladin rtuti o hustotě $\rho_1 = 13,5 \text{ g / cm}^3$ v Pradtlově trubici je $h = 20 \text{ cm}$. Hustotu vzduchu počítejte $\rho_2 = 1,2 \text{ kg / m}^3$.

Řešení



Obr. 1 - Prandtlůva trubice

Obtékání vzduchu okolo Prandtlůvy trubice je patrné z obr. 1. Hydrostatický tlak sloupce rtuti o výšce h je roven rozdílu tlaků ve vzduchu o rychlosti 0 a o rychlosti v . Proto

$$v = \sqrt{\frac{2hg\rho_1}{\rho_2}} = 210 \text{ m/s}$$

Odpověď: Rychlost letadla je 210 m/s.

2.2 Obtékání tělesa

Příklad 3

Navrhněte polokulový padák pro výsadkáře o hmotnosti včetně výstroje $m = 90 \text{ kg}$ tak, aby rychlost dopadu v nepřekročila $8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Tvarový součinitel odporu duté polokoule je 1,33, tíhové zrychlení $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, hustota vzduchu $\rho = 1,3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

Řešení

Rychlost padáku s výsadkářem se ustálí na velikosti, při které se vyrovná odporová síla vzduchu s tíhovou silou působící na výsadkáře s výstrojí. Ostatní síly můžeme zanedbat.

$$F_D = F_G$$

$$\frac{1}{2} C_D \rho S v^2 = mg$$

$$\frac{1}{2} C_D \rho \pi r^2 v^2 = mg$$

$$r = \frac{1}{v} \sqrt{\frac{2mg}{C_D \rho}} = 4,0 \text{ m}$$

Odpověď: Padák musí mít poloměr asi 4,0 m.

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Příklad 4

Porovnejte rychlosti kapek vody o průměrech 0,2 mm a 2 mm, které padají z velké výšky. Tvarový součinitel odporu koule je 0,48, tíhové zrychlení $g = 9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$, hustota vzduchu $\rho = 1,3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$

Řešení

Rychlost kapek se ustálí při dosažení rovnováhy mezi odporovou a tíhovou silou. Ostatní síly zanedbáme.

$$F_D = F_G$$

$$\frac{1}{2} C_D \rho v^2 = mg$$

$$\frac{1}{2} C_D \rho \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 v^2 = \rho_k \frac{4}{3} \pi \left(\frac{d}{2}\right)^3 g$$

$$\text{Závislost rychlosti kapky na průměru: } v = \sqrt{\frac{4\rho_k g}{3\rho C_D}} \sqrt{d}$$

$$\Delta v = \sqrt{\frac{4\rho_k g}{3\rho C_D}} (\sqrt{d_2} - \sqrt{d_1}) = 4,4 \text{ m/s}$$

Odpověď: Větší kapka bude rychlejší asi o 4,4 m/s.

3 Závěr

Při řešení úloh o tekutinách využijeme nejen vzorce a vztahy probírané v kapitole o tekutinách, ale často můžeme řešit úlohy integrující více oblastí fyzikálního poznávání.

4 Použitá literatura

V tomto textu nebyla použita žádná další literatura.

Pouze lze čtenářům doporučit publikace z Knihovničky fyzikální olympiády.

5 Kontakt na autora

Mgr. Josef Veselý

Gymnázium Jaroslava Vrchlického, Klatovy

jvesely@gymkt.cz